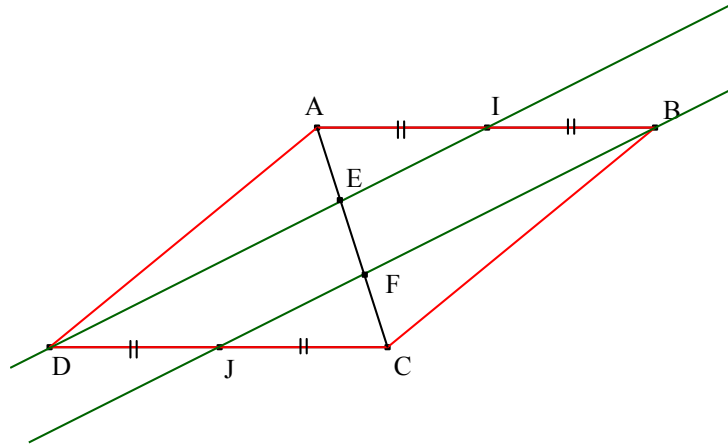




تمرين 13 صفحة 164 :

ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع و I و J منتصفي $[AB]$ و $[CD]$ على التوالي.
المستقيمان (ID) و (JB) يقطعان $[AC]$ في E و F على التوالي.
بين أن : $AE = EF = FC$



(طريقة تبين 1)

$$\bullet \text{ لنا } IB = \frac{1}{2} AB \text{ (} I \text{ منتصف } [AB] \text{)}$$

$$= \frac{1}{2} DC \text{ (} ABCD \text{ متوازي أضلاع)}$$

$$= JC \text{ (} J \text{ منتصف } [DC] \text{)}$$

و بما أن $(IB) \parallel (JC)$ و $(AB) \parallel (DC)$ و $I \in (AB)$ و $J \in (DC)$

فإننا نستنتج أن $IBJD$ متوازي أضلاع

ومنه $(ID) \parallel (BJ)$

\bullet في المثلث ABF لدينا :

- I منتصف $[AB]$

- $(ID) \parallel (BF)$ و $(ID) \parallel (BJ)$ و $F \in (BJ)$

- (ID) يقطع (AF) في E

إذن E منتصف $[AF]$

بالتالي $AE = EF$ 1





- في المثلث DEC لدينا
 - J منتصف $[DC]$
 - $(JB) // (DE)$ و $(ID) // (BJ)$ و $(E \in (ID))$
 - (JB) يقطع (CE) في F
 - إذن F منتصف $[CE]$
 - بالتالي $EF = CF$ [2]

- من [1] و [2] نستنتج أن $AE = EF = CF$

(طريقة تبين 2)

- لدينا DEC مثلث و $A \in (EC)$ و $I \in (ED)$ بحيث $(AI) // (DC)$ و $(AB) // (DC)$ و $(I \in (AB))$

$$\text{حسب مبرهنة طالس في المثلث : } \frac{EA}{EC} = \frac{EI}{ED} = \frac{AI}{CD}$$

$$\text{لنا } \left(ABCD \text{ متوازي أضلاع} \right) \quad \frac{AI}{CD} = \frac{AI}{AB}$$

$$\left(I \text{ منتصف } [AB] \right) \quad = \frac{1}{2}$$

$$\text{بالتالي } \frac{EA}{EC} = \frac{1}{2}$$

$$\text{إذن } EA = \frac{EC}{2}$$

$$\text{بما أن } EA = \frac{AC}{3} \text{ فإن } E \in [AC] \text{ [1]}$$

- لدينا ABF مثلث و $C \in (FA)$ و $J \in (FB)$ بحيث $(CJ) // (AB)$ و $(AB) // (DC)$ و $(J \in (DC))$

$$\text{حسب مبرهنة طالس في المثلث : } \frac{FC}{FA} = \frac{FJ}{FB} = \frac{CJ}{AB}$$

$$\text{لنا } \left(ABCD \text{ متوازي أضلاع} \right) \quad \frac{CJ}{AB} = \frac{CJ}{DC}$$

$$\left(J \text{ منتصف } [DC] \right) \quad = \frac{1}{2}$$

$$\text{بالتالي } \frac{FC}{FA} = \frac{1}{2}$$





$$FC = \frac{FA}{2} \quad \text{إذن}$$

$$\boxed{2} \quad FC = \frac{AC}{3} \quad \text{فإن } F \in [AC]$$

$$EA = FC = \frac{AC}{3} \quad \text{من } \boxed{1} \text{ و } \boxed{2} \text{ لنا :}$$

$$EF = \frac{AC}{3} \quad \text{و نستنتج من ذلك أن}$$

$$AE = EF = FC \quad \text{بالتالي :}$$

