مسألة تأليفية عــدد 8

مسألة 8 صفحة 198 :

وحدة الطول هي الصم

1) ليكن EFG مثلثا قائم الزاوية في F حيث $FG = 4$ و $FE = 3$ و O منتصف $[EG]$

أ) انجز الرسم.

ب) احسب EG .

ج) احسب FO .

2) المستقيم المار من E والموازي للمستقيم (FO) يقطع المستقيم (FG) في نقطة K

بين أن المثلث EGK متقايس الضلعين.

3) المستقيم (KO) يقطع (EF) في نقطة M .

أ) احسب EM .

ب) المستقيمان (GM) و (EK) يتقاطعان في نقطة A . بين أن A منتصف $[EK]$

ج) ما هي طبيعة الرباعي EAFO ؟ علل جوابك .

4) لتكن ح الدائرة التي قطرها $[EG]$.

بين أن النقطة F تنتمي إلى الدائرة ح

5) المستقيم العمودي على (KG) في النقطة G يقطع (EK) في النقطة D .

بيّن أن E منتصف $[KD]$.

6) المستقيم (GD) يقطع الدائرة ح في نقطة ثانية P والمستقيم (KD) يقطع الدائـــرة ح في نقطة ثانية N.

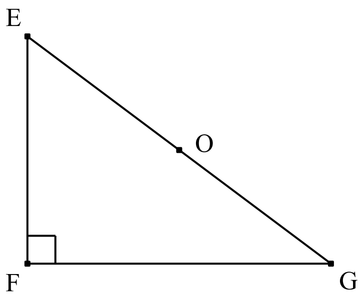
أ) بين أنّ [GN] و[EP] هما ارتفاعان للمثلث GED.

ب) احسب GN .

ج) لتكن Q نقطة تقاطع المستقيمين (GN) و (EP) . بين أن المستقيمين (DQ) و (EG) متعامدان.

1)

أ-



ب- حساب EG

المثلث EFG قائم في F

حسب نظرية بيتاغور : $EG^2 = FE^2 + FG^2$

$$= 3^2 + 4^2$$

$$= 9 + 16 = 25$$

بالتالي $EG = \sqrt{25} = 5$

ج- حساب FO

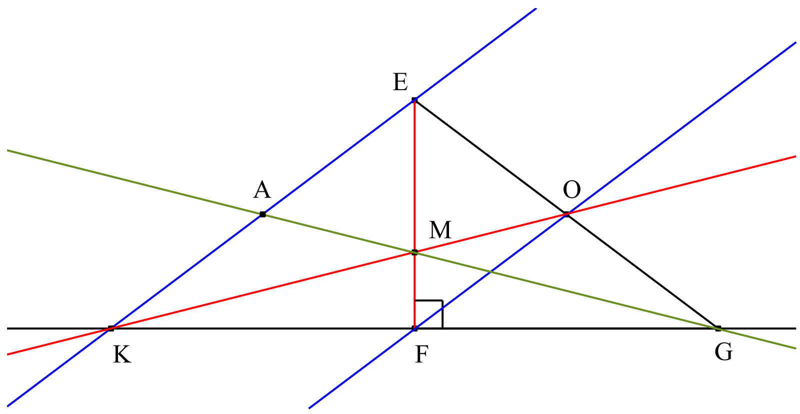
لنا EFG مثلث قائم في F و O منتصف وتره $[EG]$

إذن $OF = OE = OG$

بماأنّ $OG = \frac{EG}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$

فإنّ $FO = 2,5$

(2



في المثلث EKG لدينا :

- O منتصف $[EG]$
- $(OF)//(EK)$
- (OF) يقطع (GK) في F

إذن F منتصف $[KG]$

و بما أنّ $(EF) \perp (KG)$ ($(EF) \perp (FG)$ و $K \in (FG)$)

فإنّ (EF) هو الموسط العمودي لـ $[KG]$

و بماأنّ $E \in (EF)$

فإنّ $EK = EG$

بالتالي المثلث EGK متقايس الضلعين قمته الرئيسية E

(3

أ-

- لنا O منتصف $[EG]$ إذن $[KO]$ هو موسط المثلث EGK الصادر من K
- لنا F منتصف $[KG]$ إذن $[EF]$ هو موسط المثلث EGK الصادر من E

(KO) و (EF) يتقاطعان في M

إذن M هو مركز ثقل المثلث EGK

بالتالي $EM = \frac{2}{3}EF$

$= \frac{2}{3} \times 3 = 2$

ب- لنا M مركز ثقل المثلث EGK

إذن (GM) هو المستقيم الحامل لموسط المثلث EGK الصادر من G

(GM) يقطع (EK) في A

نستنتج أنّ A منتصف $[EK]$

ج-

•

- لنا $(OF)//(EK)$

و بما أنّ $A \in (EK)$ (A منتصف $[EK]$)

فإنّ $(OF)//(EA)$ $\boxed{1}$

- في المثلث EGK لدينا :

  ▪ A منتصف $[EK]$

  ▪ F منتصف $[KG]$

إذن $(AF)//(EG)$ و $AF = \frac{EG}{2}$

بما أنّ $O \in (EG)$

فإنّ $(AF)//(EO)$ $\boxed{2}$

من $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ نستنتج أنّ الرباعي $EAFO$ متوازي أضلاع

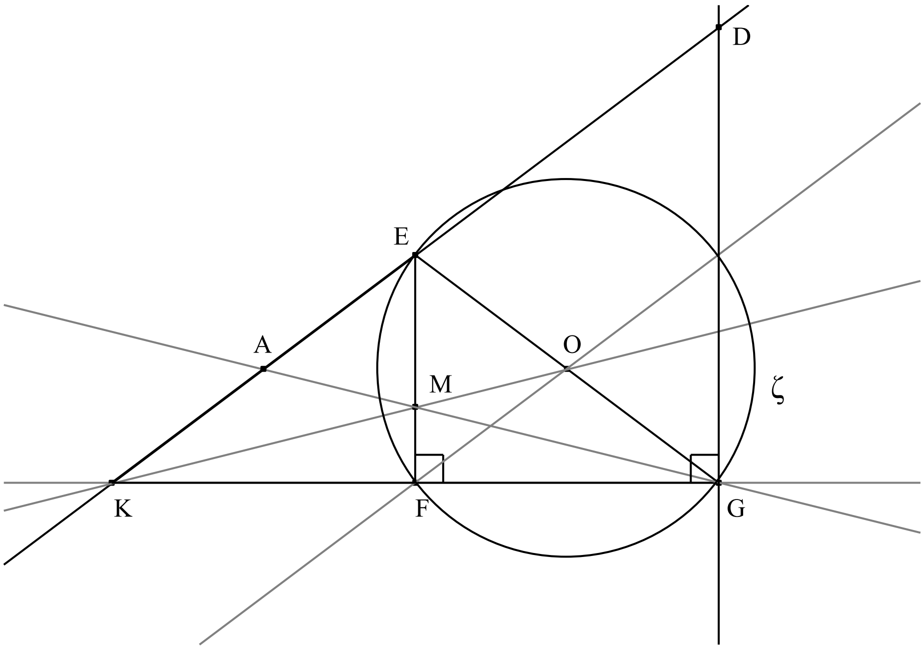
• لنا $EA = \frac{1}{2}EK$ (A منتصف $[EK]$)

$= \frac{1}{2}EG$ ($EK = EG$)

$= EO$ (O منتصف $[EG]$)

$EAFO$ متوازي أضلاع و له ضلعان متتاليان متقايسان إذن $EAFO$ معيّن

4)



لنا ζ دائرة قطرها $[EG]$

بما أنّ O منتصف $[EG]$

فإنّ مركز الدائرة ζ هو O و شعاعها OE

و بما أنّ $OF = OE$ (1) ج-)

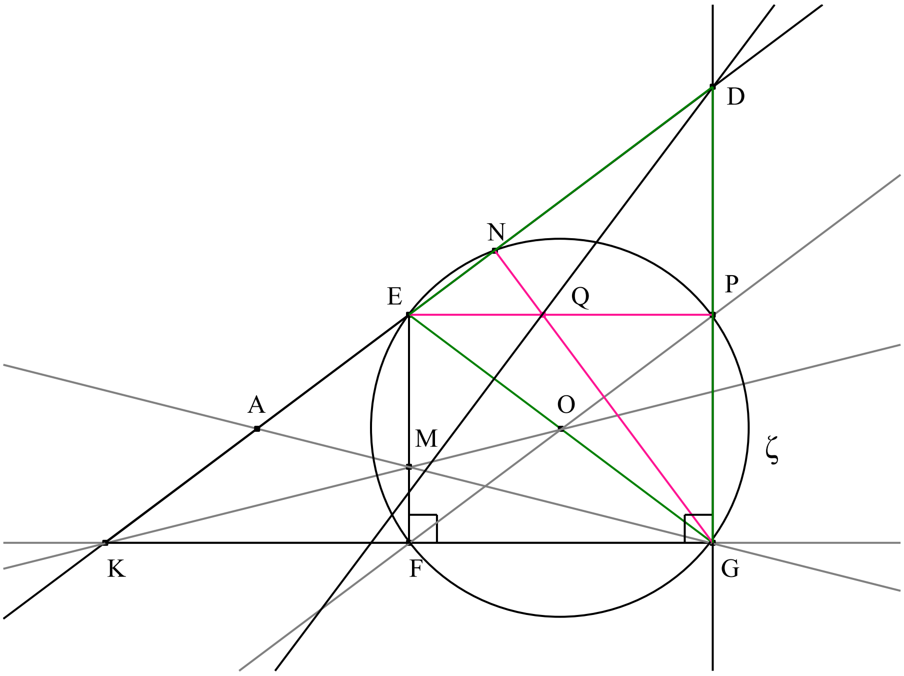
فإنّ $F \in \zeta$

5) في المثلث DKG لدينا

- F منتصف $[KG]$
- $(EF)//(DG)$ ((EF) و (DG) يعامدان (KG))
- (EF) يقطع (DK) في E

إذن E منتصف $[KD]$

6)



أ-

- المثلث EPG يقبل الارتسام في دائرة قطرها $[EG]$

إذن EPG مثلث قائم في P

بالتالي $(EP)\perp(PG)$ و بما أنّ $P\in(DG)$

فإنّ (EP) يعامد (DG) في P

بالتالي $[EP]$ هو ارتفاع المثلث EDG الصادر من E

- المثلث ENG يقبل الارتسام في دائرة قطرها $[EG]$

إذن ENG مثلث قائم في N

بالتالي $(GN)\perp(EN)$ و بما أنّ K و E و N و D على استقامة واحدة

فإنّ (GN) يعامد (ED) في N

بالتالي $[GN]$ هو ارتفاع المثلث EDG الصادر من G

ب- ($[GN]$ هو ارتفاع المثلث القائم DKG الصادر من G إذن $GN\times DK=GK\times GD$)

- لنا F منتصف $[KG]$ إذن $GK=2FG=2\times4=8$
- لنا E منتصف $[KD]$ إذن $DK=2EK$

$=2EG=2\times5=10$

- المثلث DKG قائم الزاوية في G

حسب نظرية بيتاغور : $DK^2 = GD^2 + GK^2$

إذن $GD^2 = DK^2 - GK^2$

$$\begin{aligned} GD^2 &= DK^2 - GK^2 \\ &= 10^2 - 8^2 \\ &= (10+8)(10-8) \\ &= 36 \end{aligned}$$

بالتالي $GD = \sqrt{36} = 6$

- لنا (GN) يعامد (KD) في N

إذن $[GN]$ هو ارتفاع المثلث DKG الصادر من G

بما أنّ المثلث DKG قائم في N

فإنّ $GN \times DK = GD \times GK$

بالتالي

$$\begin{aligned} GN &= \frac{GD \times GK}{DK} \\ &= \frac{6 \times 8}{10} \\ &= 4,8 \end{aligned}$$

ج- لنا

- (GN) هو المستقيم الحامل لارتفاع المثلث EDG الصادر من G
- (EP) هو المستقيم الحامل لارتفاع المثلث EDG الصادر من E

(GN) و (EP) يتقاطعان في Q

إذن Q هو المركز القائم للمثلث EDG

بالتالي (DQ) هو المستقيم الحامل لارتفاع المثلث EDG الصادر من D

و منه $(DQ) \perp (EG)$