مسألة تأليفية عـدد 7

مسألة 7 صفحة 198 :

وحدة قيس الطول هي الصم

1) (O.I.J) معين في المستوي حيث (OI) عمودي على (OJ)

أ) عين النقطة B(3.0) و K منتصف القطعة [OB].

ب) ابن النقطة A بحيث يكون المثلث AOB متقايس الأضلاع

ج) احسب إحداثيات K و A

2) لتكن C مناظرة A بالنسبة إلى المستقيم (OI)

أ) ما هي إحداثيات C ؟ علل جوابك.

ب) بين ان الرباعي ABCO معيّن.

3) لتكن D مناظرة C بالنسبة إلى O.

أ) بين أن الرباعي ABCD شبه منحرف متقايس الضلعين.

ب) احسب مساحة ومحيط شبه المنحرف ABCD

4) لتكن E مناظرة D بالنسبة إلى A.

أ) احسب إحداثيات E.

ب) بين أن المثلث EDC متقايس الأضلاع.

ج) استنتج مساحة ومحيط المثلث DEC.

5) المستقيم (BD) يقطع [AK] في نقطة G. أحسب DG

ملاحظات :

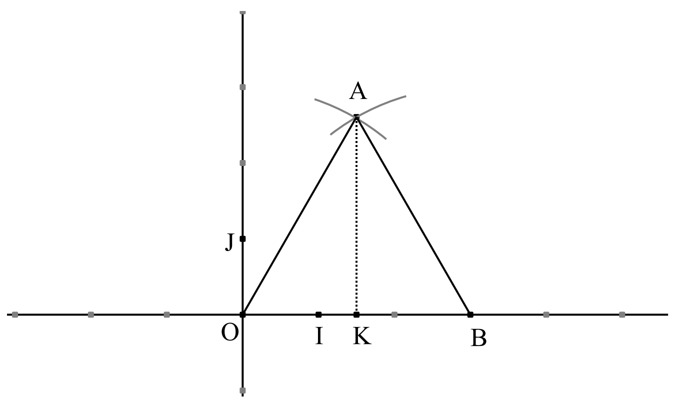
- بما أنّه وقع الاختيار على الصم كوحدة قيس الطول ، فوجب إضافة : $OI = OJ = 1$ في المعطيات
- نقطتان تلبيان شرط أن يكون AOB متقايس الأضلاع

و بما أنّ بقية المسألة تعتمد على احداثيات A فمن الأجدر أن يكون السؤال 1) ب- ابن النقطة A بحيث يكون المثلث AOB متقايس الأضلاع و $y_A \geq 0$

(1

أ-

ب-



جوهر سويسي

ج-

- لنا $y_B = 0$ إذن $B \in (OI)$

و لنا $K \in (OB)$ إذن $K \in (OI)$ بالتالي $y_K = 0$

و بما أنّ K منتصف $[OB]$ فإنّ $x_K = \frac{x_O + x_B}{2}$

$$= \frac{0+3}{2}$$

$$= 1,5$$

بالتالي $K(1,5\,;0)$

- لنا K منتصف $[OB]$ إذن $[AK]$ هو موسط المثلث AOB الصادر من A

بما أنّ AOB مثلث متقايس الأضلاع

فإنّ $[AK]$ هو ارتفاع المثلث AOB الصادر من A

بالتالي K هي المسقط العمودي لـ A على (OB) أي على (OI)

و بما أنّ $(O;I;J)$ معين متعامد في المستوي فإنّ :

- $|y_A| = AK$

$= \frac{\sqrt{3}}{2}OB$ ($[AK]$: ارتفاع المثلث المتقايس الأضلاع AOB)

$= \frac{\sqrt{3}}{2}|x_B - x_O|$ ($B \in (OI)$ لأنّ $y_B = 0$)

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times |3-0|$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

إذن $y_A = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ أو $y_A = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(وقع إضافة ترتيبة A موجبة في المعطيات)

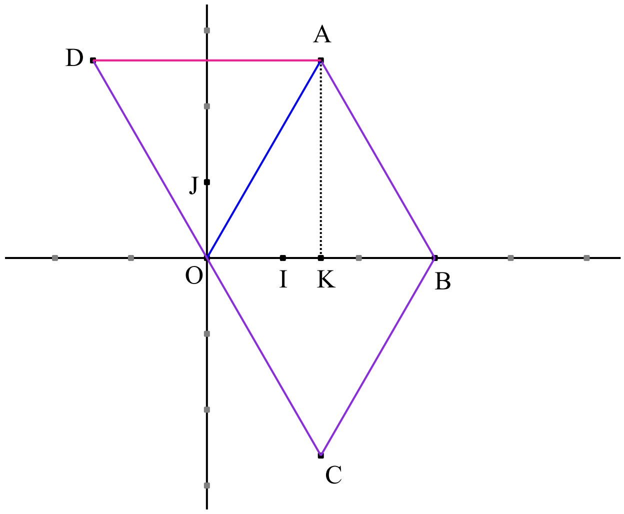
و بما أنّ ترتيبة A موجبة فإنّ $y_A = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

- $(AK)//(OJ)$

بالتالي $x_A = x_K = 1,5$

نستنتج أنّ $A\left(1,5\,;\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

(2



أ- لنا $(O;I;J)$ معين متعامد في المستوي

و C مناظرة A بالنسبة إلى (OI)

إذن C و A لهما نفس الفاصلة و ترتيبتان متقابلتان

$x_C = x_A = 1,5$ و $y_C = -y_A = -\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

بالتالي $C\left(1,5\,;-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

ب- لنا :

- A و C متناظرتان بالنسبة إلى (OI)
- مناظرة B بالنسبة إلى (OI) هي B نفسها لأنّ $B \in (OI)$
- مناظرة O بالنسبة إلى (OI) هي O نفسها

بالتالي $AB = CB$ و $AO = CO$ (التناظر المحوري يحافظ على البعد)

و بما أنّ $AB = AO$ (AOB مثلث متقايس الأضلاع)

فإنّ $AB = CB = CO = AO$

نستنتج أنّ الرباعي $ABCO$ معيّن

(3

أ-

- لنا $ABCO$ معيّن إذن $(AB)//(CO)$

بما أنّ $D \in (CO)$ (D مناظرة C بالنسبة إلى O)

فإنّ $(AB)//(CD)$

بالتالي فإنّ الرباعي $ABCD$ شبه منحرف

•

- لنا D مناظرة C بالنسبة إلى O

إذن فاصلتا C و D متقابلتان و ترتيبتاهما متقابلتان

$x_D = -x_C = -1,5$ و $y_D = -y_C = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

بالتالي $y_D = y_A$

إذن $(AD)//(OI)$

بالتالي
$$\begin{aligned} AD &= |x_D - x_A| \\ &= |-1,5+1,5| \\ &= |3| \\ &= 3 \end{aligned}$$

- لنا $BC = AB$ ($ABCO$ معيّن)

و $AB = OB$ (AOB مثلث متقايس الأضلاع)

إذن $BC = AB = OB = 3$

نستنتج أنّ $AD = BC$

بالتالي فإنّ الرباعي $ABCD$ شبه منحرف متقايس الضلعين

ب-

- حساب P_{ABCD} : قيس محيط شبه المنحرف $ABCD$

لنا
$$\begin{aligned} DC &= 2OC && (D \text{ مناظرة } C \text{ بالنسبة إلى } O) \\ &= 2AB && (ABCO \text{ معيّن}) \\ &= 2\times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

بالتالي
$$\begin{aligned} P_{ABCD} &= AB+BC+CD+AD \\ &= 3+3+6+3=15 \end{aligned}$$

- حساب S_{ABCD} : قيس مساحة شبه المنحرف $ABCD$

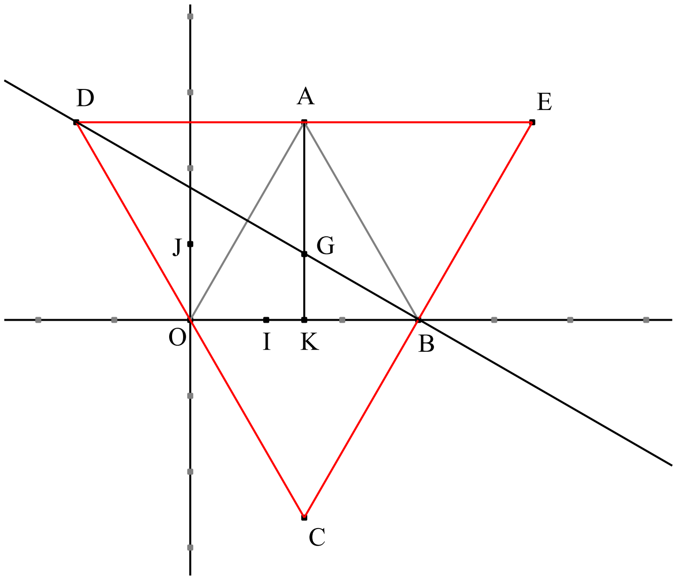
لنا $AD = OD = AD = 3$ ($OD = OC = 3$)

إذن ADO مثلث متقايس الأضلاع و قيس ارتفاعه الصادر من A يساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}\times AD = \frac{3\sqrt{3}}{2}$

و بما أنّ ارتفاع ADO الصادر من A هو ارتفاع لشبه المنحرف $ABCD$

فإنّ $S_{ADOB} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{(AB+DC)}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{(3+6)}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{4}\,cm^2$

(4



أ- لنا E مناظرة D بالنسبة إلى A

إذن A منتصف $[ED]$

بالتالي $x_A = \dfrac{x_E + x_D}{2}$ و $y_A = \dfrac{y_E + y_D}{2}$

$x_E + x_D = 2x_A$ و $y_E + y_D = 2y_A$

$x_E = 2\times 1,5 - (-1,5)$ و $y_E = 2y_A - y_D$

$= 3 + 1,5$ ، $= 2\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2} - \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

$= 4,5$ ، $= \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

(أو $E \in (AD)$ و $(AD)//(OI)$ إذن $y_E = y_A = \dfrac{3\sqrt{3}}{2}$)

بالتالي $E\left(4,5\,;\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)$

ب-

طريقة 1 :

- لنا A منتصف $[ED]$ إذن $DE = 2AD = 2\times 3 = 6$

و بما أنّ $DC = 6$

فإنّ المثلث EDC متقايس الضلعين $\boxed{1}$

- المثلث ADO متقايس الأضلاع إذن $O\hat{D}A = 60°$

و بما أنّ $E \in [DA)$ و $C \in [DO)$

فإنّ $E\hat{D}C = 60°$ $\boxed{2}$

من $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ نستنتج أنّ المثلث EDC متقايس الأضلاع

طريقة 2 :

في المثلث EDC لدينا

- A منتصف $[DE]$
- O منتصف $[DC]$

إذن $(AO)//(EC)$ و $AO=\dfrac{EC}{2}$ و منه $EC=2\times AO=2\times 3=6$

بالتالي $DE=DC=EC=6$ إذن المثلث EDC متقايس الأضلاع

ج-

- حساب P_{EDC} : قيس محيط المثلث EDC

بما أنّ المثلث EDC متقايس الأضلاع

فإنّ $P_{EDC}=3\times DC$

$=3\times 6=18$

- حساب S_{EDC} : قيس مساحة المثلث EDC

لنا A منتصف $[DE]$ إذن $[CA]$ هو موسط المثلث EDC الصادر من C

بما أنّ EDC مثلث متقايس الأضلاع

فإنّ $[CA]$ هو ارتفاع المثلث EDC الصادر من C و لنا $AC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times DC=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$

بالتالي $S_{EDC}=\dfrac{DE\times AC}{2}$

$=\dfrac{6\times 3\sqrt{3}}{2}=9\sqrt{3}\ cm^2$

5)

- لنا $\dfrac{x_E+x_C}{2}=\dfrac{4,5+1,5}{2}$ و $\dfrac{y_E+y_C}{2}=\dfrac{\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\left(\dfrac{-3\sqrt{3}}{2}\right)}{2}$

$=3$ $\qquad$ $=0$

$=x_B$ $\qquad$ $=y_B$

بالتالي B منتصف $[EC]$

إذن $[DB]$ هو موسط المثلث EDC الصادر من D

- لنا $ABCO$ معيّن و K منتصف $[OB]$ إذن K منتصف $[AC]$

بالتالي A و K و C على استقامة واحدة

و بما أنّ $[AC]$ هو موسط المثلث EDC الصادر من C

فإنّ (AK) هو المستقيم الحامل لموسط المثلث EDC الصادر من C

- (BD) يقطع $[AK]$ في G

إذن G هو مركز ثقل المثلث EDC بالتالي $DG=\frac{2}{3}DB$

و بما أنّ $[DB]$ هو ارتفاع للمثلث المتقايس الأضلاع EDC فإنّ $DB=\frac{\sqrt{3}}{2}\times DC=\frac{6\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$

نستنتج أنّ $DG=\frac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$