مسألة تأليفية عـدد6

مسألة 6 صفحة 197 :

وحدة قيس الطول هي الصم

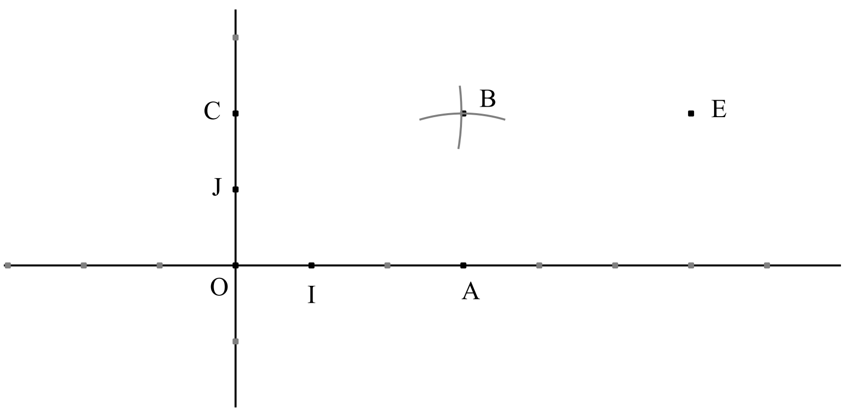
ملاحظة :
يمكن القيام بهذه المسألة دون اعتماد الصم كوحدة قيس الطول و في حالة وقع الاختيار على اعتماده فوجب اضافة
$OI = OJ = 1$
في المعطيات .
و قد تم اصلاح المسألة على أساس ذلك .

1) ليكن (O.I.J) معيّنا في المستوي حيث (OI) عمودي على (OJ).
أ) ارسم النقطتين A(3.0) و C(O.2) .
ب) ارسم النقطة B حيث OABC مستطيل
ج) ما هي إحداثيات B ؟
2) لتكن النقطة E مناظرة C بالنسبة إلى B
أ) ما هي إحداثيات E ؟
ب) بين أن الرباعي OAEB متوازي أضلاع
ج) بين أن المثلث ACE متقايس الضلعين
3) لتكن النقطة F مناظرة A بالنسبة إلى B.
أ) ما هي إحداثيات F ؟
ب) بين أن الرباعي ACFE معيّن.
4) لتكن H مركز المستطيل OABC والنقطة K حيث K(2,2). بين أن النقاط H و K و F على نقس الإستقامة.

(1

أ-

ب-



ج- لنا $OABC$ مستطيل

إذن $(AB)//(OC)$ و $(BC)//(OA)$

و بما أنّ $C \in (OJ)$ لأنّ $x_C = 0$ و $A \in (OI)$ لأنّ $y_A = 0$

فإنّ $(AB)//(OJ)$ و $(BC)//(OI)$

ومنه $x_B = x_A = 3$ و $y_B = y_C = 2$

بالتالي $B(3;2)$

(2

أ- لنا E مناظرة C بالنسبة إلى B

إذن B منتصف $[EC]$

إذن $x_B = \dfrac{x_E + x_C}{2}$ و $y_B = \dfrac{y_E + y_C}{2}$

يعني $x_E + x_C = 2x_B$ و $y_E + y_C = 2y_B$

يعني $x_E = 2x_B - x_C = 2\times 3 - 0 = 6$ و $y_E = 2y_B - y_C = 2\times 2 - 2 = 2$

بالتالي $E(6\,;2)$

ب-

- لنا $y_E = y_B = 2$ إذن $(EB)//(OI)$

  بالتالي $EB = |x_B - x_E| = |3-6| = 3$

- لنا $A \in (OI)$ إذن $OA = |x_A - x_O| = |3| = 3$

  نستنتج أنّ $OA = EB$

- في الرباعي $OAEB$ لدينا :
  - $OA = EB$
  - $(OA)//(EB)$ ($(EB)//(OI)$ و $A \in (OI)$)

  إذن $OAEB$ متوازي أضلاع

ج- لنا $OABC$ مستطيل إذن $(AB)\perp(BC)$ و منه $(AB)\perp(EC)$ لأنّ $E \in (BC)$

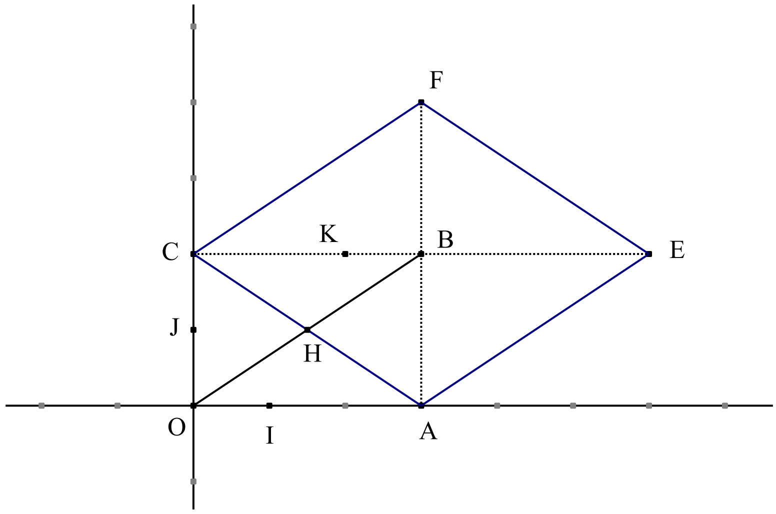
و بما أنّ B منتصف $[EC]$

فإنّ المستقيم (AB) هو الموسّط العمودي لـ $[EC]$

$A \in (AB)$ إذن $AE = AC$

و منه المثلث AEC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A

3)



أ- لنا F مناظرة A بالنسبة إلى B

إذن B منتصف $[AF]$

إذن $x_B = \frac{x_A + x_F}{2}$ و $y_B = \frac{y_A + y_F}{2}$

يعني $x_A + x_F = 2x_B$ و $y_A + y_F = 2y_B$

يعني $x_F = 2x_B - x_A$ و $y_F = 2y_B - y_A$

$= 2\times3-3$ ، $= 2\times2-0$

$= 3$ ، $= 4$

بالتالي $F(3;4)$

ب- في الرباعي $ACFE$ لدينا :

- B منتصف $[CE]$
- B منتصف $[AF]$

إذن $ACFE$ متوازي أضلاع

و بما أنّ $AE = AC$

فإنّ $ACFE$ معيّن

4)

- لنا $y_K = y_C = y_B = 2$ إذن $K \in (BC)$

و لنا $x_B = 3$ ؛ $x_K = 2$ ؛ $x_C = 0$ إذن $x_C < x_K < x_B$ نستنتج أنّ $K \in [BC]$

- لنا $y_K = y_C = 2$ إذن $(KC)//(OI)$

بالتالي $KC = |x_C - x_K|$

$= |0-2|$

$= 2$

و لنا $CB = OA$ ($OABC$ مستطيل)

إذن $CB = 3$

نستنتج أنّ $CK = \frac{2}{3}CB$

- لنا B منتصف $[AF]$

إذن $[CB]$ هو موسط المثلث ACF الصادر من C

بما أنّ $K \in [BC]$ و $CK = \frac{2}{3}CB$

فإنّ K مركز ثقل المثلث ACF

- لنا H مركز المستطيل $OABC$ إذن H منتصف $[AC]$

بالتالي $[FH]$ هو موسط المثلث ACF الصادر من F

بما أنّ K هو مركز ثقل المثلث ACF فإنّ $K \in [FH]$

بالتالي H و K و F على نفس الاستقامة