مسألة تأليفية عــدد4

مسألة 4 صفحة 196 :

وحدة قيس الطول هي الصم

1) (OIJ) معيّن في المستوي حيث (OI) عمودي على (OJ)

أ) عين النقاط A(2.4) و E(-4.4)

ب) بين أن المستقيمين (EA) و(OI) متوازيان

2) لتكن C مناظرة النقطة A بالنسبة إلى O و D نقطة تقاطع المستقيمين (EC) و (OI)

أ) اوجد إحداثيات C. علل جوابك.

ب) اوجد إحداثيات D. علل جوابك.

3) احسب AE

4) لتكن النقطة B حيث B(3,0) و H و K نقطتي تقاطع المستقيم (OJ) على التوالي مع المستقيمين (AD) و (BC)

أ) اثبت أن الرباعي ABCD متوازي أضلاع.

ب) اثبت أن الرباعي AHCK متوازي أضلاع.

5) المستقيم المار من C والموازي للمستقيم (OI) يقطع المستقيم (AD) في نقطة F

أ) بين أن الرباعي AEFC متوازي أضلاع.

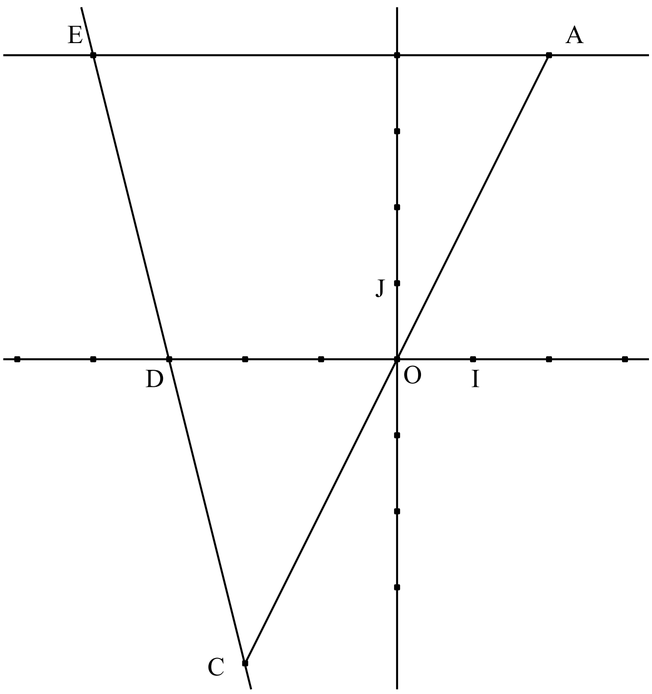
ب) المستقيم (FC) يقطع (OJ) في النقطة G. أوجد إحداثيات كل من النقطتين G و F، علل جوابك.

ملاحظات :

- $(O;I;J)$ معيّن في المستوي
- بما أنّه وقع الاختيار على الصم كوحدة قيس الطول ، فوجب إضافة : $OI = OJ = 1$ في المعطيات

(1

أ-



ب- النقطتان A و E لهما نفس الترتيبة : 4 و فاصلتان مختلفتان إذن $(AE)//(OI)$

(2

أ- C مناظرة A بالنسبة إلى O بالتالي فاصلتا A و C متقابلتان و ترتيبتاهما متقابلتان

$x_C = -x_A = -2$ و $y_C = -y_A = -4$ إذن $C(-2;-4)$

جوهر سويسي

ب-

- في المثلث AEC لدينا :

- O منتصف $[AC]$ (C مناظرة A بالنسبة إلى O)
- $(OD)//(AE)$ ($(AE)//(OI)$ و $D\in(OI)$)
- (OD) يقطع (EC) في D

إذن D هو منتصف $[EC]$

بالتالي $x_D=\dfrac{x_E+x_C}{2}$

$$=\frac{-4+(-2)}{2}=-3$$

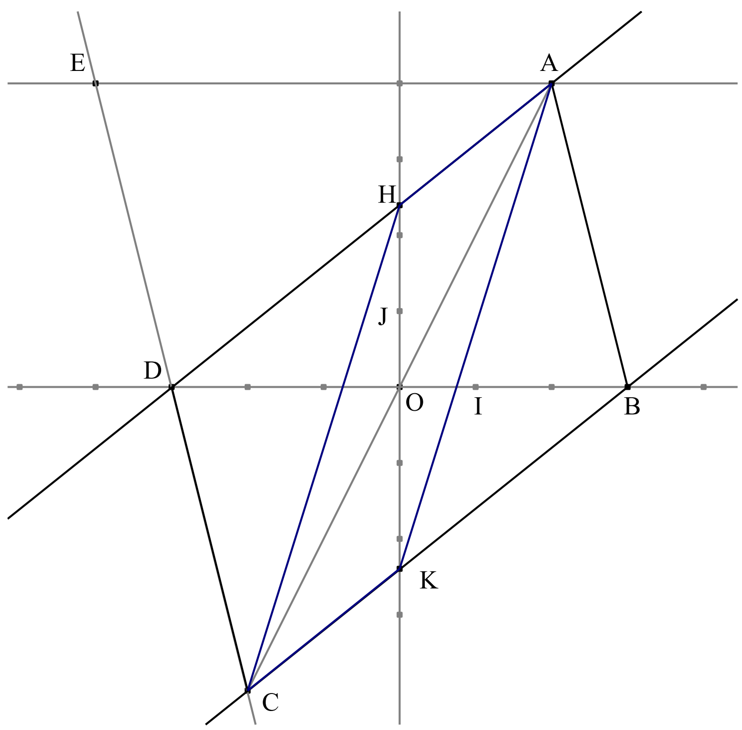
و بما أنّ $D\in(OI)$ فإنّ $y_D=0$ (أو $y_D=\dfrac{y_E+y_C}{2}=\dfrac{4+(-4)}{2}=0$)

بالتالي : $C(-3;0)$

3) لنا $(AE)//(OI)$ إذن $AE=|x_E-x_A|$

$$=|-4-2|$$
$$=|-6|=6$$

4)



أ-

لنا : فاصلتا B و D متقابلتان : 3 و -3

و ترتيبتا B و D متقابلتان : 0 و 0

إذن B و D متناظرتان بالنسبة إلى O

بالتالي O منتصف $[BD]$

و بما أنّ O منتصف $[AC]$

فإنّ الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

ب-

طريقة 1 : (التناظر المركزي)

- بما أنّ C مناظرة A بالنسبة إلى O

فإنّ مناظر المستقيم (AD) بالنسبة إلى O هو المستقيم الموازي لـ (AD) و المار من C أي المستقيم (BC) (بما أنّ $ABCD$ متوازي اضلاع)

- بما أنّ $O \in (OJ)$ إذن مناظر المستقيم (OJ) بالنسبة إلى O هو (OJ) نفسه

لنا H هي نقطة تقاطع (AD) و (OJ)

إذن مناظرة H بالنسبة إلى O هي نقطة تقاطع (BC) و (OJ) أي النقطة K

بالتالي O هي منتصف $[HK]$

و بما انّ O منتصف $[AC]$

فإنّ الرباعي $AHCK$ متوازي أضلاع

طريقة 2 : (مبرهنة طالس)

لدينا OCK مثلث و $A \in (OC)$ و $H \in (OK)$ بحيث $(AH)//(CK)$ ($ABCD$ متوازي أضلاع و $H \in (AD)$ و $K \in (BC)$)

حسب مبرهنة طالس في المثلث : $\dfrac{OA}{OC} = \dfrac{OH}{OK} = \dfrac{AH}{CK}$

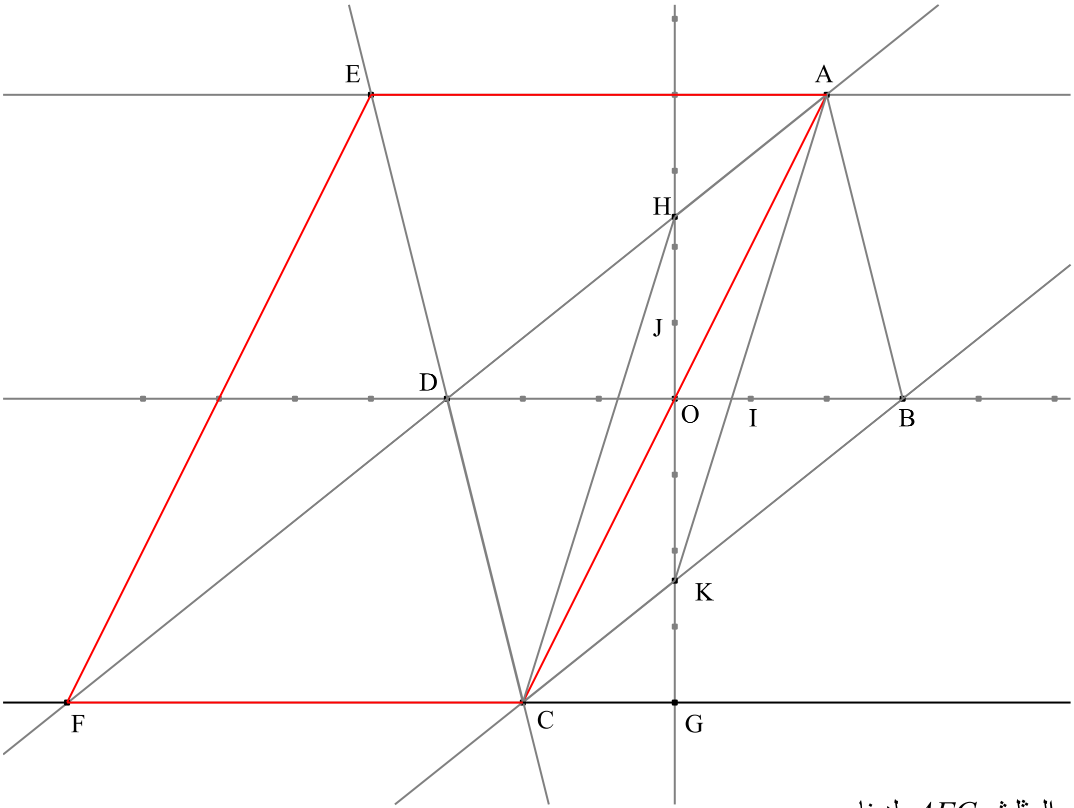
بما أنّ O منتصف $[AC]$ فإنّ $OA = OC$ و منه $\dfrac{OA}{OC} = 1$

نستنتج أنّ $\dfrac{OH}{OK} = 1$ إذن $OH = OK$

و بما أنّ O و H و K على استقامة واحدة فإنّ O منتصف $[HK]$

و بما أنّ O منتصف $[AC]$ فإنّ الرباعي $AHCK$ متوازي أضلاع

(5



أ- في المثلث AFC لدينا :

- O منتصف $[AC]$
- $(OD)//(FC)$ ($D\in(OI)$ و $(FC)//(OI)$)
- (OD) يقطع (AF) في D

إذن D منتصف $[AF]$

و بما أنّ D منتصف $[EC]$

فإنّ $AEFC$ متوازي أضلاع

ب-

- لنا $(CG)//(OI)$ إذن $y_G = y_C = -4$ و $G\in(OJ)$ إذن $x_G = 0$ بالتالي $G(0;-4)$
- المعيّن $(O;I;J)$ متعامد و النقطة G هي المسقط العمودي لـ F على (OI)

و بما أنّ $F\in[GC)$ و $x_C < 0$ إذن $x_F = -FG$

$C\in[FG]$ إذن $FG = FC + CG$

$= AE + CG$ ($AEFC$ متوازي أضلاع)

$= 6 + 2 = 8$

بالتالي $x_F = -8$

لنا $(FC)//(OI)$ إذن $y_F = y_C = -4$ بالتالي $F(-8;-4)$