مسألة تأليفية عـدد3

مسألة 3 صفحة 196 : وحدة قيس الطول هي الصم

1) IBA مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية I حيث IA =3 و AB= 4 و C مناظرة B بالنسبة إلى I

أ) أنجز الرسم

ب) بين أن المثلث ABC قائم

ج) احسب AC

2) أ) ارسم النقطة D مناظرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة A

ب) احسب CD

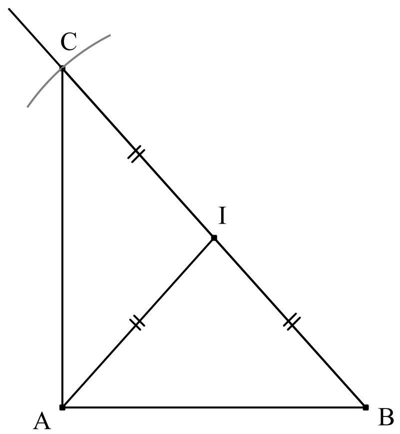
3) المستقيم المار من B والموازي للمستقيم (CD) يقطع المستقيم (AC) في نقطة F.

بين أن الرباعي DFBC معيّن

4) لتكن M نقطة تقاطع (AC) و (DI). بين أن CM=2MA

(1

أ-



ب-

لنا :

- $IA = IB$ (IAB مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية I)
- $IB = IC$ (C مناظرة B بالنسبة إلى I)

بالتالي $IA = IB = IC$

في المثلث ABC لدينا :

- I منتصف $[BC]$
- $IA = IB = IC$

إذن المثلث ABC قائم في A

جوهر سويسي

ج- حساب AC :

لنا المثلث ABC قائم في A

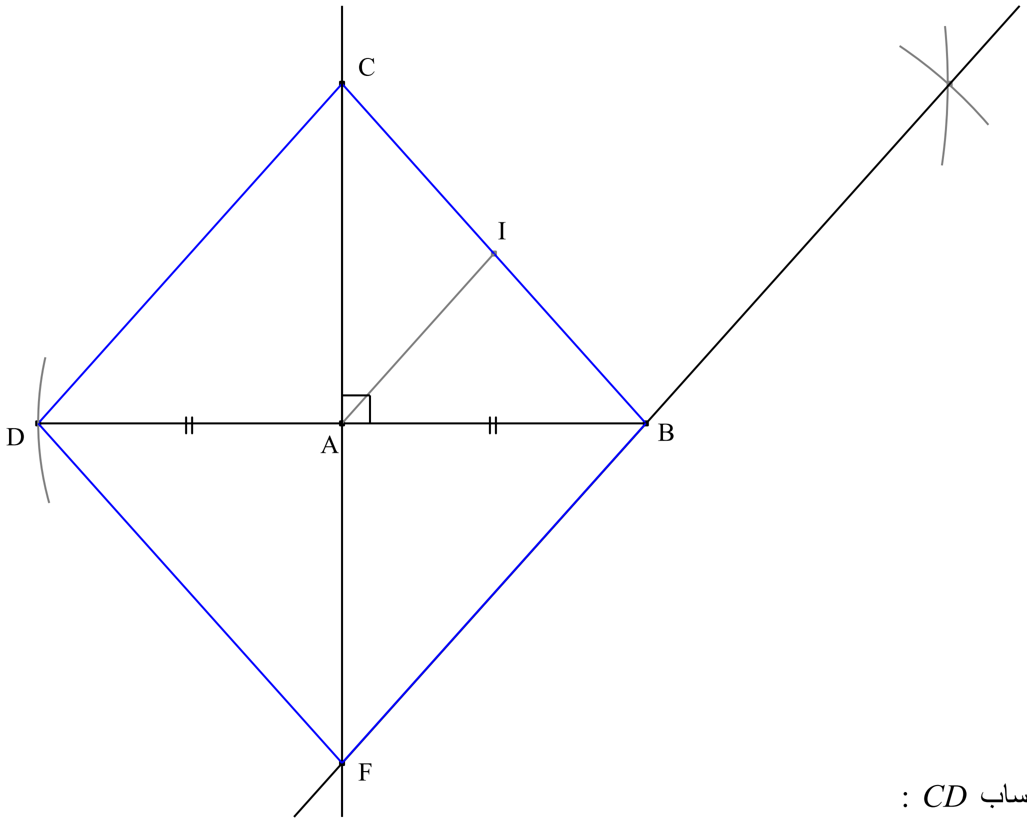
حسب نظرية بيتاغور : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

إذن
$$\begin{aligned} AC^2 &= BC^2 - AB^2 \\ &= (2\times IB)^2 - AB^2 \\ &= 6^2 - 4^2 = (6+4)(6-4) = 10\times 2 = 20 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20 \end{aligned}$$

بالتالي $AC = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

2)

أ-



ب- حساب CD :

لنا D مناظرة B بالنسبة إلى A

إذن A منتصف $[DB]$

و لنا $(CA)\perp(DB)$ (ABC مثلث قائم في C إذن $(CA)\perp(AB)$ و $D\in(AB)$)

إذن (AC) هو الموسط العمودي لـ $[DB]$

بما أنّ $C\in(AC)$

فإنّ $CD = CB$

بالتالي $CD = 6$

(3

طريقة 1 : (التناظر المركزي)

- بما أنّ D مناظرة B بالنسبة إلى A

فإنّ مناظر المستقيم (CD) بالنسبة إلى A هو المستقيم الموازي لـ (CD) و المار من B أي المستقيم (BF)

- بما أنّ $A \in (AC)$ إذن مناظر المستقيم (AC) بالنسبة إلى A هو (AC) نفسه

لنا C هي نقطة تقاطع (CD) و (AC)

(إذن مناظرة C بالنسبة إلى A هي نقطة تقاطع مناظري المستقيمين (CD) و (AC) بالنسبة إلى A)

إذن مناظرة C بالنسبة إلى A هي نقطة تقاطع (BF) و (AC) أي النقطة F

طريقة 1-1 : لنا B و D متناظرتان بالنسبة إلى A

و C و F متناظرتان بالنسبة إلى A

إذن $CD = FB$ و $CB = FD$

و بما أنّ $CD = CB$

فنستنتج أنّ $CB = FB = FD = CD$

بالتالي الرباعي $DFBC$ معيّن

طريقة 1-2 : لنا A منتصف $[CF]$ (F مناظرة C بالنسبة إلى A)

و A منتصف $[BD]$

إذن $DFBC$ متوازي الأضلاع

و بما أنّ $CD = CB$ (أو : وبما أنّ $(CF) \perp (DB)$)

فإنّ $DFBC$ معيّن

طريقة 2 : (مبرهنة طالس)

لدينا ACD مثلث و $B \in (AD)$ و $F \in (AC)$ بحيث $(BF)//(CD)$

حسب مبرهنة طالس في المثلث : $\frac{AB}{AD} = \frac{AF}{AC} = \frac{BF}{DC}$

طريقة 2-1 : بما أنّ A منتصف $[BD]$ فإنّ $AB = AD$ و منه $\frac{AB}{AD} = 1$

نستنتج أنّ $\frac{BF}{DC} = 1$ إذن $BF = DC$

ولنا F تنتمي إلى (AC) الموسط العمودي لـ $[DB]$

إذن $FB = FD$

بالتالي $CB = FB = FD = CD$

نستنتج أنّ الرباعي $DFBC$ معيّن

طريقة 2-2 : بما أنّ A منتصف $[BD]$ فإنّ $AB = AD$ و منه $\frac{AB}{AD} = 1$

نستنتج أنّ $\frac{AF}{AC} = 1$ إذن $AF = AC$

و بما أنّ C و A و F على استقامة واحدة

فإنّ A منتصف $[CF]$

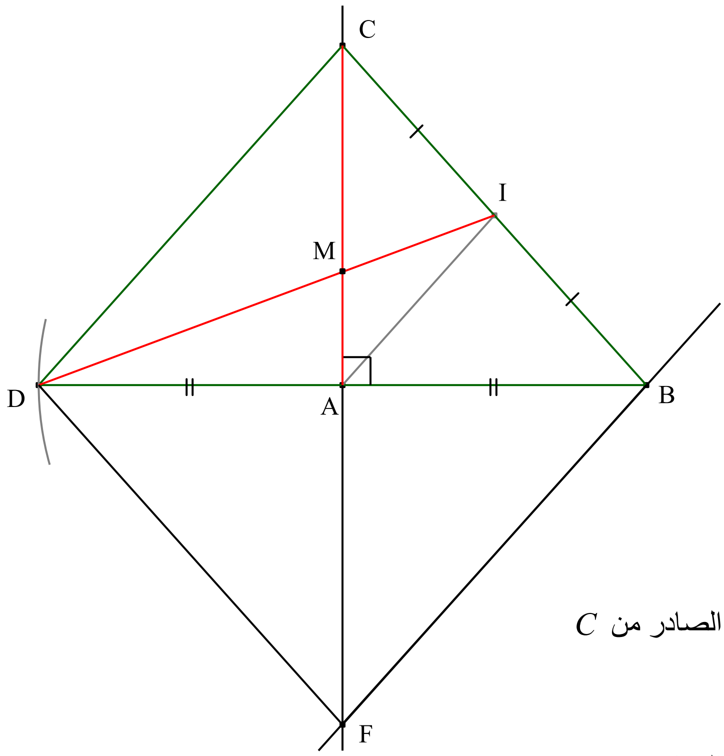
و لنا A منتصف $[BD]$

إذن $DFBC$ متوازي الأضلاع

و بما أنّ $(CF) \perp (DB)$ ($F \in (CA)$ و $(CA) \perp (DB)$)

فإنّ $DFBC$ معيّن

4)



لنا :

- A منتصف $[DB]$

إذن $[CA]$ هو موسط المثلث BCD الصادر من C

- I منتصف $[CB]$

إذن $[DI]$ هو موسط المثلث BCD الصادر من D

(AC) و (DI) يتقاطعان في M

إذن M هو مركز ثقل المثلث BCD

بالتالي : $CM = \frac{2}{3}CA$ و منه $\frac{CM}{2} = \frac{1}{3}CA$

و $AM = \frac{1}{3}CA$

نستنتج أنّ $\frac{CM}{2} = AM$

بالتالي : $CM = 2MA$