مسألة تأليفية عـدد2

مسألة 2 صفحة 195 :

وحدة قيس الطول هي الصم

1) ليكن ABC مثلثا حيث $AB = 2$ و $AC = 4\sqrt{2}$ و $BC = 6$

أ) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية

ب) أنجز الرسم

2) أ) ارسم الدائرة ع المحيطة بالمثلث ABC ثم عين النقطة E من نصف المستقيم [BA) بحيث $BE= 6$ والنقطة D مناظرة E بالنسبة إلى B.

ب) اثبت أن المثلث DEC قائم الزاوية في C

ج) احسب EC ثم استنتج DC

3) المستقيم (DC) يقطع الدائرة ع في نقطة ثانية I.

أ) بين أن (EC) و (BI) متوازيان

ب) اثبت أن I منتصف [DC] ثم احسب BI

4) لتكن F نقطة تقاطع المستقيمين (BI) و (AC)

أ) بين أن $EC = 2BF$

ب) اثبت أن الرباعي EFDI متوازي أضلاع

ج) اثبت أن الرباعي EFIC مستطيل

5) لتكن M نقطة تقاطع (EI) و (BC)

أ) بين أن $CM= 4$

ب) بين أن (DM) يقطع [EC] في المنتصف

(1

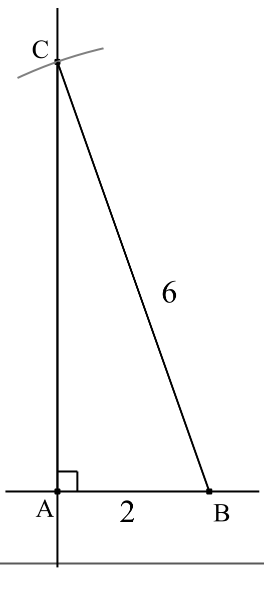
أ- لنا $\left.\begin{array}{l} AB = 2 \\ AC = 4\sqrt{2} \\ BC = 6 \end{array}\right\}$ إذن $\left.\begin{array}{l} AB^2 = 4 \\ AC^2 = 32 \\ BC^2 = 36 \end{array}\right\}$

بما أنّ $36 = 32 + 4$

فإنّ $BC^2 = AC^2 + AB^2$

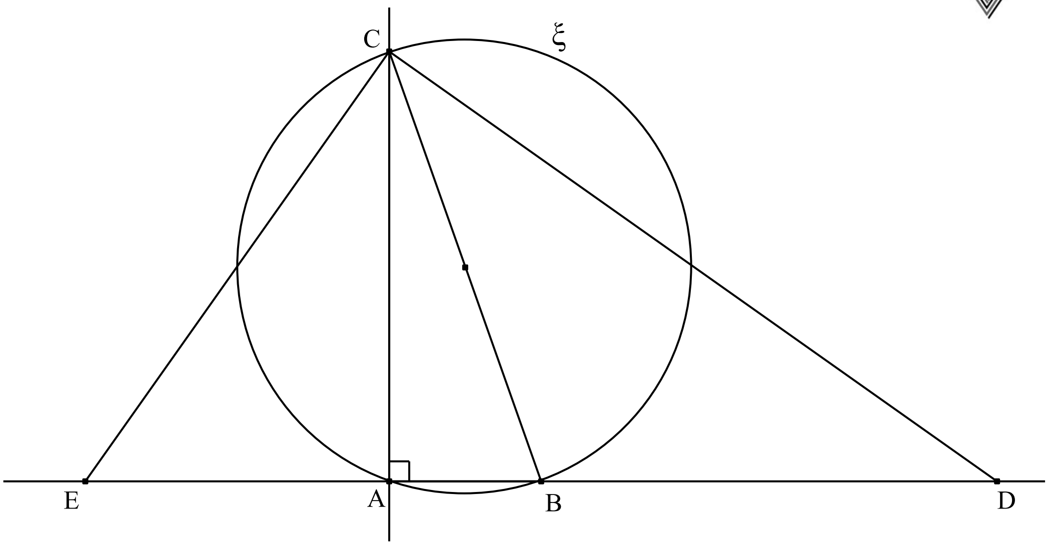
حسب عكس نظرية بيتاغور فإنّ المثلث ABC قائم في A

ب-



2)

أ-



ب- لنا D مناظرة E بالنسبة إلى B إذن B منتصف $[ED]$ و منه $BD=BE$

في المثلث DEC لدينا :

- B منتصف $[ED]$
- $BD=BE=BC=6$

إذن المثلث DEC قائم في C

ج- حساب EC :

لنا $A\in[EB]$ إذن $AE=EB-AB$
$=6-2=4$

المثلث EAC قائم في A (ABC قائم في A إذن $(AC)\perp(AB)$ و بما أنّ $E\in(AB)$ فإنّ $(AC)\perp(AE)$)

حسب نظرية بيتاغور : $EC^2=AC^2+AE^2$

$$=\left(4\sqrt{2}\right)^2+4^2$$
$$=32+16$$
$$=48$$

بالتالي $EC=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

حساب DC :

(حساب DC باعتبار المثلث القائم ACD لا يعتبر استنتاجا)

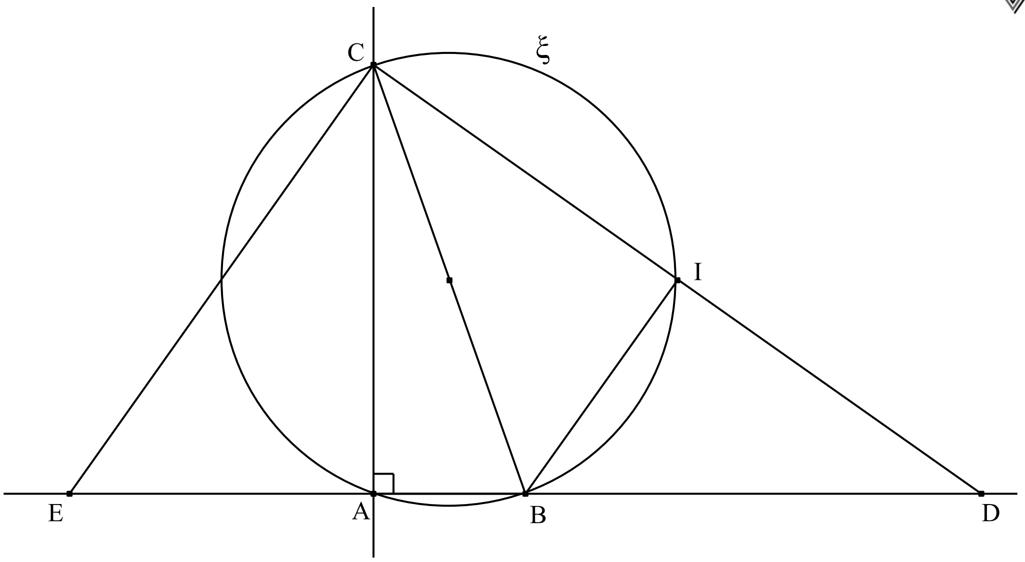
لنا ECD مثلث قائم في C

حسب نظرية بيتاغور : $ED^2=CE^2+CD^2$

إذن $CD^2=ED^2-CE^2=\left(2\times BE\right)^2-CE^2$
$=12^2-48=144-48=96$

بالتالي $DC=\sqrt{96}=4\sqrt{6}$

3)



أ- ξ هي الدائرة المحيطة بالمثلث ABC

و بما أنّ ABC مثلث قائم في A فإنّ مركز الدائرة ξ هو منتصف $[BC]$

المثلث BIC يقبل الارتسام في دائرة قطرها $[BC]$

إذن هو قائم في I و منه $(IB)\perp(IC)$

بما أنّ $(EC)\perp(IC)$ ($(EC)\perp(CD)$ و $I\in(CD)$)

فإنّ $(EC)//(BI)$

ب-

- في المثلث ECD لدينا :
  - B منتصف $[ED]$
  - $(BI)//(EC)$
  - (BI) يقطع (CD) في I

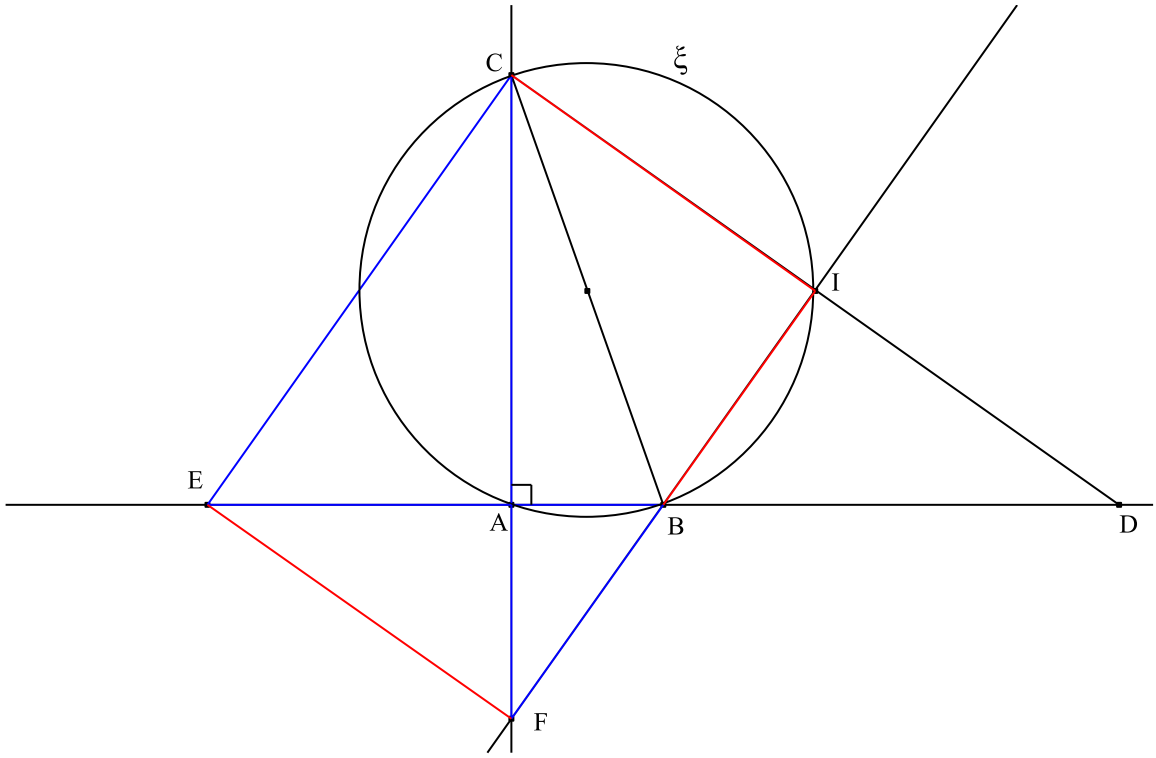
  إذن I منتصف $[CD]$

- في المثلث ECD لدينا :
  - B منتصف $[ED]$
  - I منتصف $[CD]$

  إذن $BI=\dfrac{EC}{2}$

  $=\dfrac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$

(4



أ- لدينا AEC مثلث و $B\in(AE)$ و $F\in(AC)$ بحيث $(EC)//(FB)$ $\quad$ ($F\in(BI)$ و $(EC)//(BI)$)

حسب مبرهنة طالس في المثلث : $\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{BF}{EC}$

بما أنّ $\dfrac{AB}{AE}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$

فإنّ $\dfrac{BF}{EC}=\dfrac{1}{2}$ و منه $EC=2BF$

ب- لنا $BI=\dfrac{EC}{2}$

و $EC=2BF$ أي $BF=\dfrac{EC}{2}$

بالتالي $BI=BF$

و بما أنّ I و B و F على استقامة واحدة فإنّ B منتصف $[IF]$

- في الرباعي $EFDI$ لدينا :
  - B منتصف $[ED]$
  - B منتصف $[IF]$

إذن $EFDI$ هو متوازي أضلاع

ج- لنا $EFDI$ هو متوازي أضلاع

إذن $EF = DI$ و $(EF)//(DI)$

بما أنّ $DI = IC$ و $I \in (DC)$ (I منتصف DC)

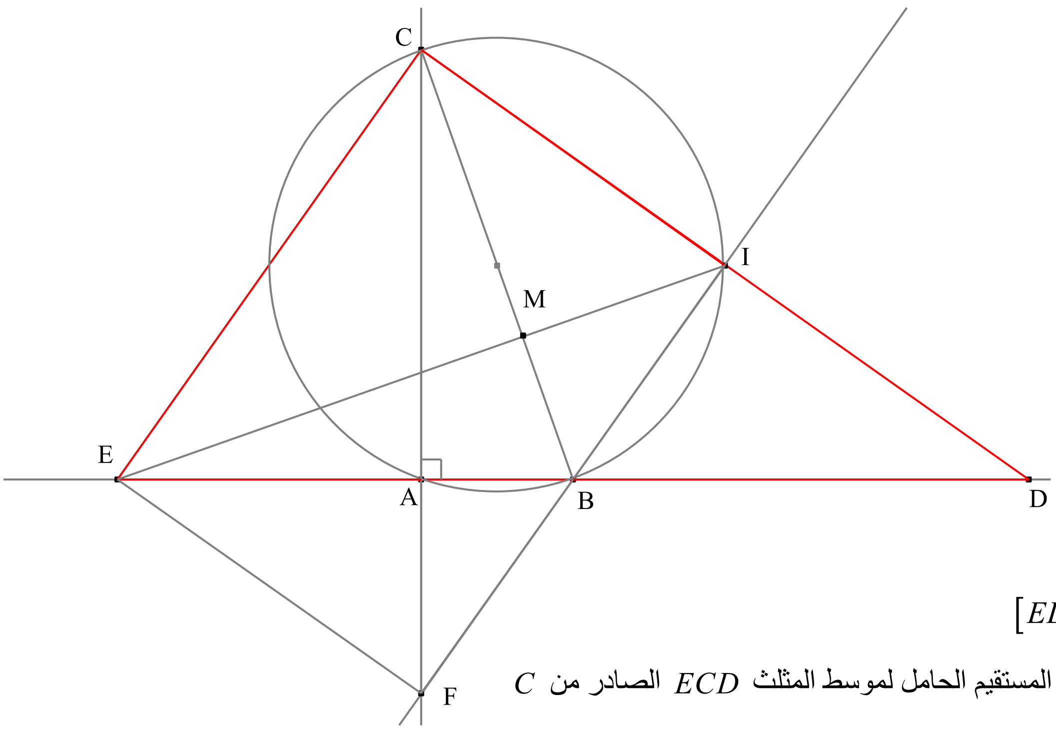
فإنّ $EF = IC$ و $(EF)//(IC)$

بالتالي الرباعي $EFIC$ متوازي أضلاع $\boxed{1}$

لنا ECD مثلث قائم في C إذن $(CE) \perp (CD)$ و بما أنّ $I \in (CD)$ فإنّ $(CE) \perp (CI)$ $\boxed{2}$

من $\boxed{1}$ و $\boxed{2}$ نستنتج أنّ $EFIC$ مستطيل

5)



أ- لنا :

- B منتصف $[ED]$

إذن (CB) هو المستقيم الحامل لموسط المثلث ECD الصادر من C

- I منتصف $[CD]$

إذن (EI) هو المستقيم الحامل لموسط المثلث ECD الصادر من E

(CB) و (EI) يتقاطعان في M

إذن M هو مركز ثقل المثلث ECD

بالتالي $CM = \frac{2}{3}CB$

$= \frac{2}{3} \times 6 = 4$

ب- لنا M هو مركز ثقل المثلث ECD

إذن (DM) هو المستقيم الحامل لموسط المثلث ECD الصادر من D

بالتالي (DM) يقطع $[EC]$ في المنتصف