مسألة تأليفية عــدد 1

مسألة 1 صفحة 194 :

وحدة قيس الطول هي الصم

1) ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A حيث $AB = 6$ و $AC = 3\sqrt{2}$

أ) أنجز الرسم

ب) ارسم النقطة D من [AB] حيث $AD = \frac{1}{4}AB$

ج) احسب DC و BC

د) استنتج أن المثلث BDC متقايس الضلعين.

2) لتكن النقطة E حيث D منتصف [BE]، أثبت أن المثلث BCE قائم الزاوية.

3) المستقيم المار من D والعمودي على (BC) يقطع (BC) في H ويقطع (AC) في F.

أ) بين أن $\frac{DF}{CE} = \frac{1}{2}$

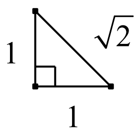
ب) احسب AF

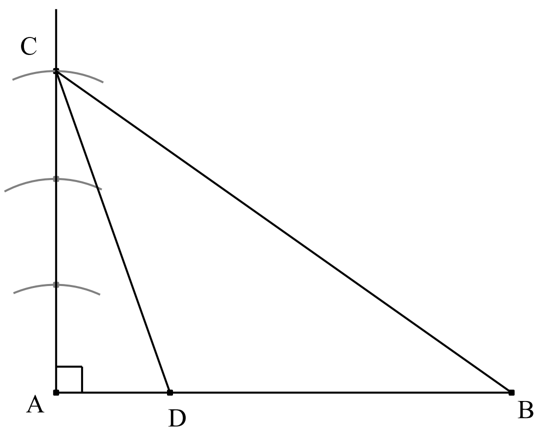
ج) اثبت أن الرباعي EFBH متوازي الأضلاع.

د) استنتج أن الرباعي FHCE مستطيل.

(1

أ-





ب- $AD = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4} \times 6 = 1,5$

ج-

حساب DC :

لدينا ACD مثلث قائم في A

إذن حسب نظرية بيتاغور

$$DC^2 = AC^2 + AD^2$$

$$= \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{AB}{4}\right)^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{6}{4}\right)^2$$

$$= \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 18 + \frac{9}{4}$$

$$= \frac{72}{4} + \frac{9}{4} = \frac{81}{4}$$

بالتالي $DC = \sqrt{\frac{81}{4}} = \frac{9}{2}$

حساب BC :

لدينا ABC مثلث قائم في A

إذن حسب نظرية بيتاغور $BC^2 = AC^2 + AB^2$

$$= \left(3\sqrt{2}\right)^2 + 6^2$$
$$= 18 + 36$$
$$= 54$$

بالتالي $BC = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$

د- لنا :

$$AD = \frac{1}{4}AB = \frac{1}{4} \times 6 = 1,5$$

بما أنّ $D \in [AB]$

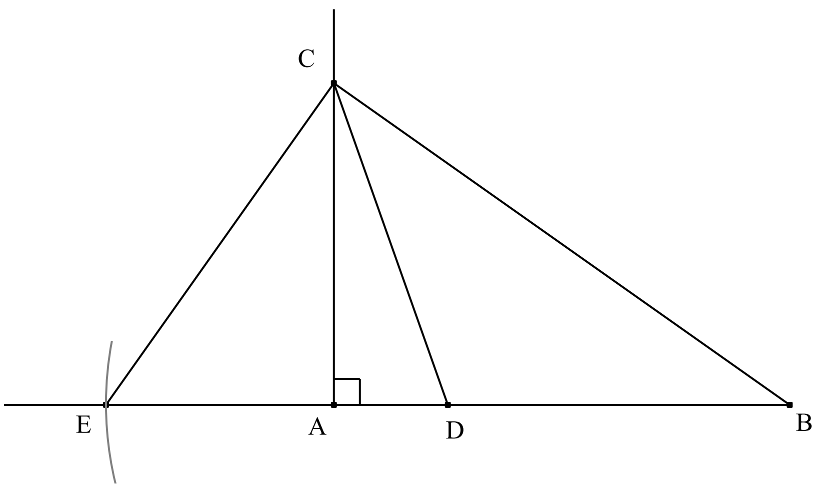
فإنّ $BD = AB - AD = 6 - 1,5 = 4,5$

و لنا $DC = \frac{9}{2} = 4,5$

بالتالي $BD = DC$

نستنتج أنّ المثلث BDC متقايس الضلعين قمته الرئيسية D

2) (E نقطة بحيث D منتصف $[BE]$ يعني E مناظرة B بالنسبة إلى D)



لنا $DB = DC$

و $DB = DE$ (D منتصف $[BE]$)

إذن $DB = DC = DE$

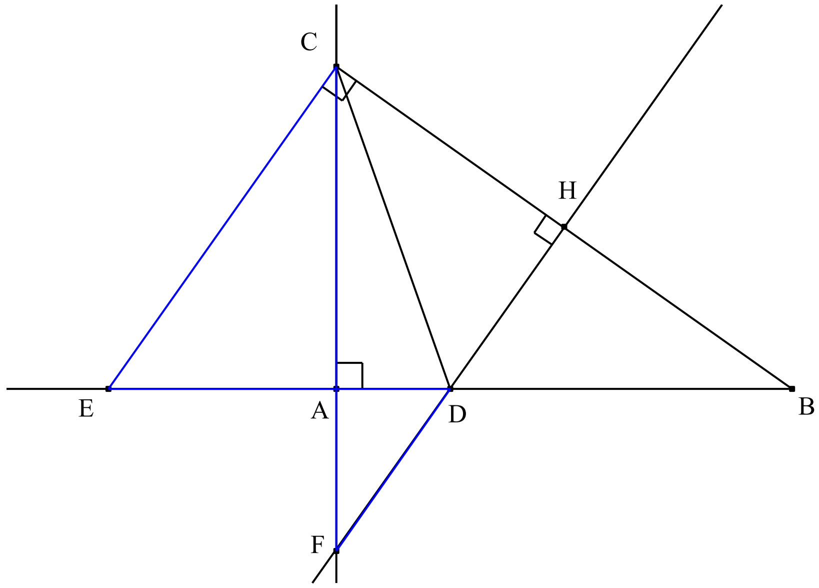
في المثلث BCE لدينا :

- D منتصف $[BE]$
- $DB = DC = DE$

إذن المثلث BCE قائم في C

:

(3



أ-

- لنا :
  - BCE مثلث قائم في C إذن $(EC)\perp(CB)$
  - $(FH)\perp(CB)$ و بما أنّ $D\in(FH)$ فإنّ $(FD)\perp(CB)$

  نستنتج أنّ $(FD)//(EC)$

- لدينا ACE مثلث و $D\in(AE)$ و $F\in(AC)$ بحيث $(FD)//(EC)$

  حسب مبرهنة طالس في المثلث : $\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{DF}{EC}$

  لنا $AE=DE-AD$ $\quad$ ($A\in[ED]$)

  $=BD-AD$ $\quad$ ($BD=DE$)

  $=4,5-1,5=3$

  إذن $\dfrac{AD}{AE}=\dfrac{1,5}{3}=\dfrac{1}{2}$

  بالتالي $\dfrac{DF}{CE}=\dfrac{1}{2}$

ب- لنا $\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{DF}{CE}$

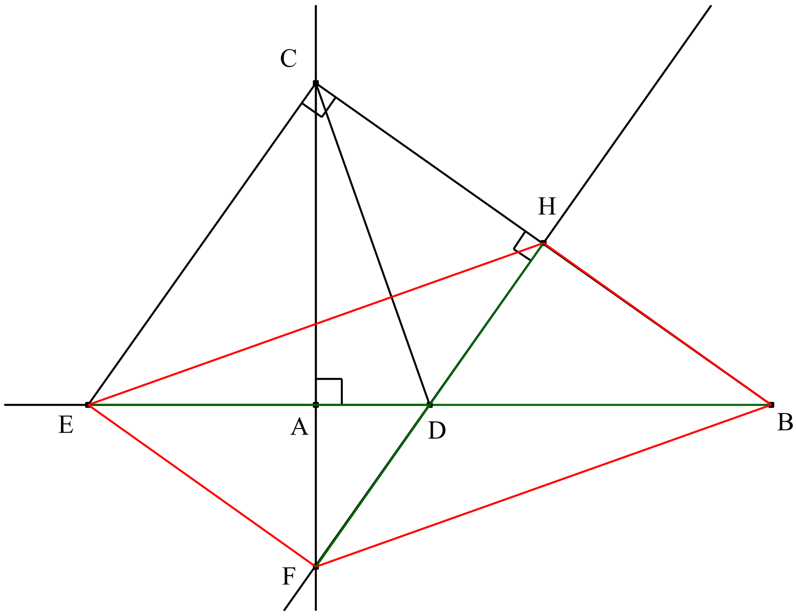
إذن $\dfrac{AF}{AC}=\dfrac{1}{2}$

بالتالي $AF=\frac{1}{2}AC$

$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}$

$=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

ج-



(نعلم أنّ D منتصف $[BE]$ إذن يكفي أن نبيّن أنّ D منتصف $[FH]$

و بما أنّ H و D و F على استقامة واحدة إذن يكفي تبيين أنّ $DF=DH$)

- في المثلث BEC لدينا :

- D منتصف $[EB]$
- $(DH)//(EC)$
- (DH) يقطع (BC) في H

إذن H منتصف $[BC]$

و نستنتج أنّ $DH=\frac{EC}{2}$

و بما أنّ $\frac{DF}{CE}=\frac{1}{2}$ أي $DF=\frac{CE}{2}$

فإنّ $DH=DF$

بما أنّ H و D و F على استقامة واحدة

فإنّ D منتصف $[HF]$

- في الرباعي $EFBH$ لدينا :
  - D منتصف $[EB]$
  - D منتصف $[HF]$

إذن $EFBH$ متوازي الأضلاع

د- لنا $EFBH$ متوازي الأضلاع

إذن $EF = HB$ و $(EF)//(HB)$

بما أنّ $HB = HC$ و $C \in (BH)$ (H منتصف $[BC]$)

فإنّ $EF = HC$ و $(EF)//(HC)$

نستنتج أنّ $FHCE$ متوازي الأضلاع

و بما أنّ $(EC) \perp CH$ ($(EC) \perp (CB)$ و $H \in (BC)$)

فإنّ $FHCE$ مستطيل