تمرين 20 صفحة 224 :

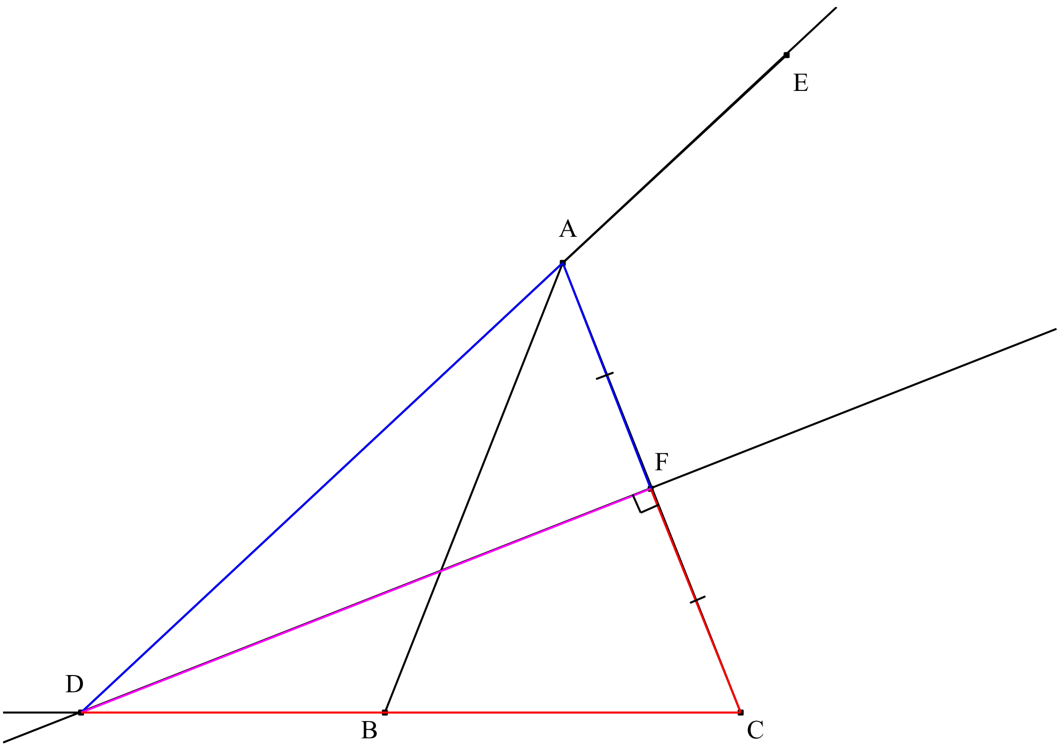
21 1) ارسم مثلّثا ABC متقايس الضّلعين قمّته الرئيسيّة A .الموسط العمودي لـــ $[AC]$ يقطع (BC) في D و $[AC]$ في F.

2) أ) عيّن النّقطة E من (DA) حيث $AE = DB$ و $E \notin [DA]$.

ب) بيّن أنّ المثلّثين AFD و CFD متقايسان وكذلك المثلّثان ABD و CAE .

ج) استنتج طبيعة المثلّث CDE.

(1



(2

ب-

- لنبين تقايس المثلثين AFD و CFD

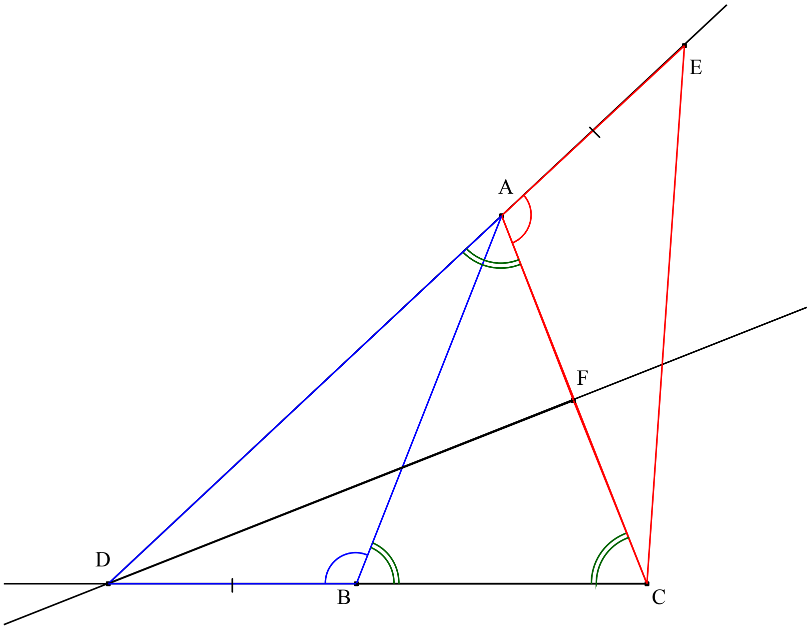
في المثلثين AFD و CFD لدينا :

- $[DF]$ ضلع مشترك
- $FA = FC$ (F هي نقطة تقاطع $[AC]$ مع موسطها العمودي إذن F هي منتصف $[AC]$)
- $DA = DC$ (D تنتمي إلى الموسط العمودي لـ $[AC]$)

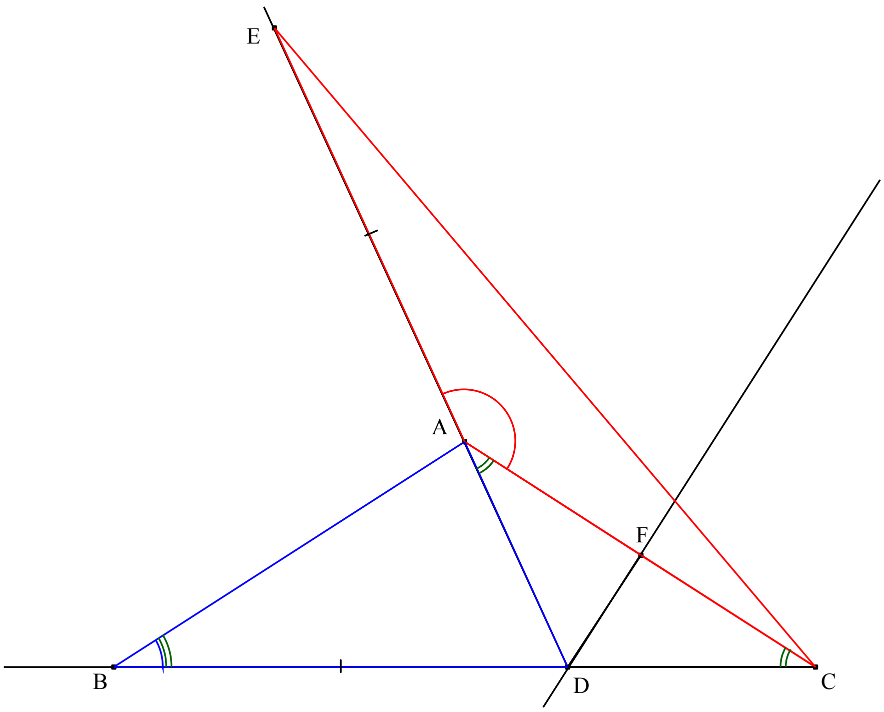
حسب الحالة الثالثة لتقايس المثلثات فإنّ المثلثين AFD و CFD متقايسان

يكون المثلثان ABD و CAE متقايسين في حالة أنّ النقطة D لا تنتمي إلى $[BC]$

ففي هذه الحالة يمكن تبيين أنّ الزاويتين $A\hat{B}D$ و $C\hat{A}E$ متقايستان و من ثم استنتاج تقايس المثلثين حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات

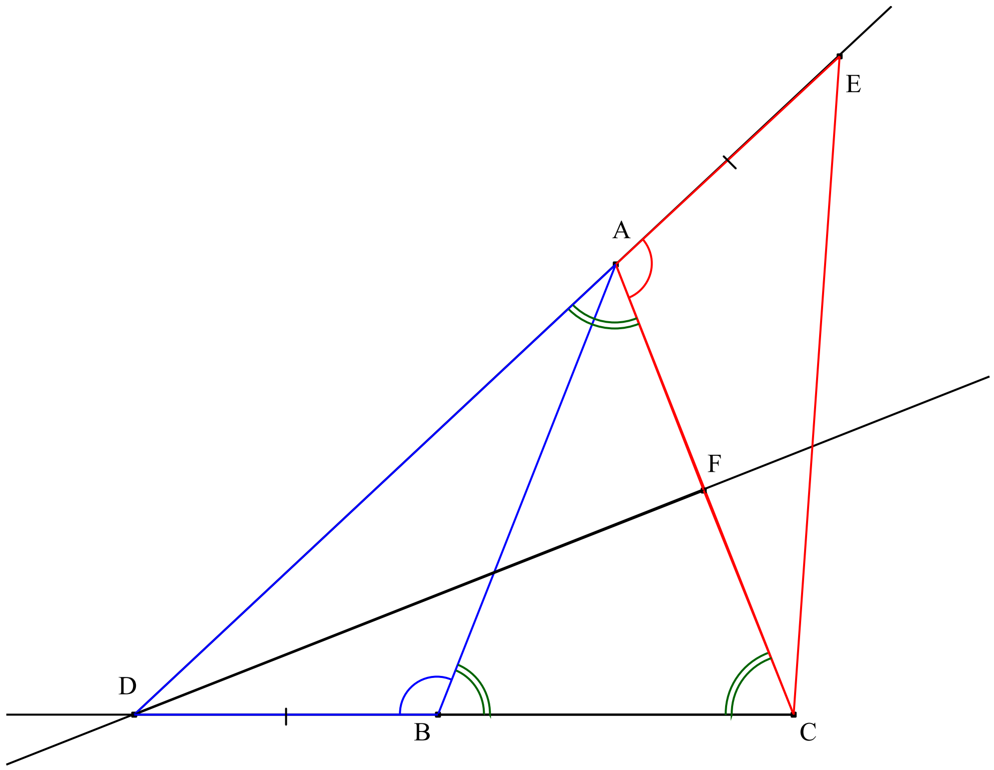


أمّا إذا كانت $D \in [BC]$ فإنّ المثلثين يكونان غير متقايسين



كان من الأفضل تقديم رسم للمثلث ABC و الموسط العمودي لـ $[AC]$ أو على الأقل إعطاء أقيسة لأضلاع المثلث ABC

(سنبيّن تقايس المثلثين ABD و CAE في حالة $B \in [DC]$)



- لنبيّن أنّ $A\hat{B}D = C\hat{A}E$

لنا $D\hat{A}C = D\hat{C}A$ ($D\hat{A}C$ و $D\hat{C}A$ عناصر نظيرة في المثلثين المتقايسين AFD و CFD)

(أو لأنّ DAC مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية D)

$= B\hat{C}A$ ($B \in [CD]$)

$= A\hat{B}C$ (ABC مثلث متقايس الضلعين)

لنا :

- $A\hat{B}D = D\hat{B}C - A\hat{B}C$ ($A\hat{B}D$ و $A\hat{B}C$ زاويتان متجاورتان)

  $= 180° - A\hat{B}C$ ($B \in [CD]$)

  $= 180° - D\hat{A}C$ ($A\hat{B}C = D\hat{A}C$)

- $C\hat{A}E = E\hat{A}D - D\hat{A}C$ ($C\hat{A}E$ و $D\hat{A}C$ زاويتان متجاورتان)

  $= 180° - D\hat{A}C$ ($A \in [ED]$)

نستنتج أنّ $A\hat{B}D = C\hat{A}E$

- لنبيّن تقايس المثلثين ABD و CAE

في المثلثين ABD و CAE لدينا :

- $AE = DB$ (معطى)
- $AC = AB$ (ABC متقايس الضلعين قمته الرئيسية A)
- $C\hat{A}E = A\hat{B}D$

حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات فإنّ المثلثين ABD و CAE متقايسان

ج- ينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة مثنى مثنى

لنا

ABD	CAE
$\hat{B}$	$\hat{A}$
DB	AE

نستنتج أنّ

ABD	CAE
B	A
D	E
A	C

بالتالي

ABD	CAE
AD	CE

و منه $CE = AD$

بما أنّ $AD = DC$

فإنّ $CE = DC$

نستنتج أنّ المثلث CDE متقايس الضلعين