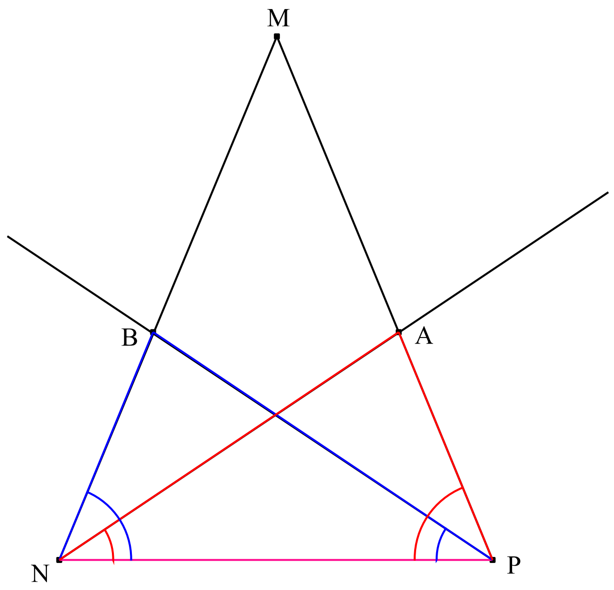
تمرين 15 صفحة 223 :

15 (1 أرسم مثلثا MNP متقايس الضلعين قمته الرئيسية M و منصف الزاوية $\widehat{MNP}$ الذي يقطع (MP) في A ومنصف الزاوية $\widehat{MPN}$ الذي يقطع (MN) في B.

(2 قارن المثلثين NPA و NPB واستنتج أنّ MA=MB

(3 المستقيمان (NA) و (PB) يتقاطعان في I. قارن المثلثين MIA و MIB

(4 استنتج أنّ [IM) هو منصف الزاوية $\widehat{AIB}$.



(2

- لنا $[NA)$ منصف الزاوية $M\hat{N}P$

إذن $A\hat{N}P = \frac{1}{2} M\hat{N}P$

$= \frac{1}{2} M\hat{P}N$ (MNP مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية M إذن $M\hat{N}P = M\hat{P}N$)

$= B\hat{P}N$ ($[PB)$ منصّف الزاوية $M\hat{P}N$)

- لنا MPN مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية M

إذن $M\hat{P}N = M\hat{N}P$

بما أنّ $B \in [MN]$ و $A \in [MP]$

فإنّ $B\hat{N}P = A\hat{P}N$

- لنبيّن تقايس المثلثين NPA و NPB

في المثلثين NPA و NPB لدينا :

- $[NP]$ ضلع مشترك
- $B\hat{P}N = A\hat{N}P$
- $B\hat{N}P = A\hat{P}N$

حسب الحالة الأولى لتقايس المثلثات فإنّ المثلثين NPA و NPB متقايسان

و ينتج عن هذا التقايس تقايس بقية العناصر النظيرة مثنى مثنى و منه : $PA = NB$

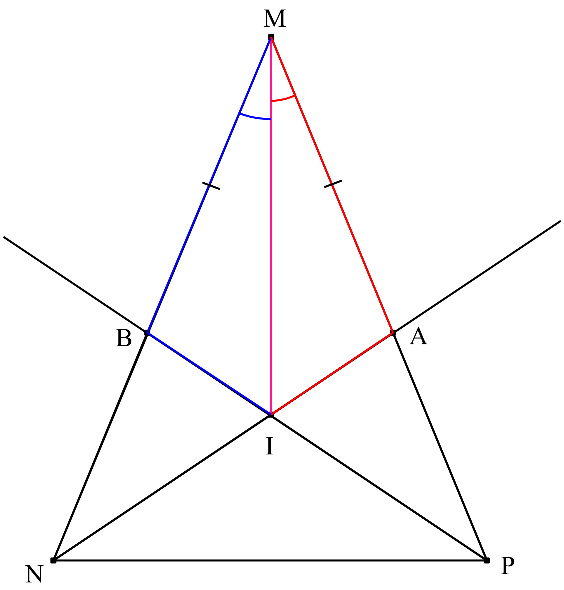
- لنا $A \in [MP]$

إذن $MA = MP - AP$

$= MN - AP$ (MNP مثلث متقايس الضلعين قمته الرئيسية M)

$= MN - NB$

$= MB$ ($B \in [MN]$)



(3

- في المثلث MNP لدينا :
  - $[NA)$ منصف الزاوية $M\hat{N}P$
  - $[PB)$ منصف الزاوية $M\hat{P}N$
  - (NA) و (PB) يتقاطعان في I

إذن I مركز الدائرة المحاطة بالمثلث MNP

بالتالي $[MI)$ هو منصف الزاوية $N\hat{M}P$

و منه $A\hat{M}I = B\hat{M}I$

- لنبيّن تقايس المثلثين MIA و MIB

في المثلثين MIB و MIA لدينا :
  - $[MI]$ ضلع مشترك
  - $MA = MB$
  - $A\hat{M}I = B\hat{M}I$

حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات فإنّ المثلثين MIB و MIA متقايسان

(4 ينتج عن تقايس المثلثين MIB و MIA تقايس العناصر النظيرة مثنى مثنى ومنه $B\hat{I}M = A\hat{I}M$

و بما أنّ $B\hat{I}M$ و $A\hat{I}M$ زاويتان متجاورتان

فإنّ $[IM)$ هو منصف الزاوية $B\hat{I}A$