

حساب عبارات بها جذور تربيعية

**سلسلة تمارين**

**تمرين عدد 1:**

(1) أكتب في صيغة  $a\sqrt{2}$  حيث  $a$  عدد صحيح طبيعي :

$$\sqrt{8} ; \sqrt{18} ; \sqrt{32} ; \sqrt{50} ; \sqrt{98}$$

(2) لتكن العبارات التالية :  $A = \sqrt{18} + \sqrt{8}$  و  $B = 2\sqrt{50}$

$$C = \sqrt{50} - \sqrt{18} \text{ و } D = 2\sqrt{98} + 3\sqrt{8}$$

$$A = 5\sqrt{2} \text{ و } B = 10\sqrt{2}$$

ب- اختصر  $C$  و  $D$

**تمرين عدد 2:**

ليكن العددين  $a = 5\sqrt{2} - 7$  و  $b = \sqrt{200} - \sqrt{50} + \sqrt{49}$

(1) بيّن أن  $b = 5\sqrt{2} + 7$

(2) بيّن أن  $b$  هو مقلوب العدد  $a$

(3) هل أن مقلوب العدد  $7 - 2\sqrt{6}$  هو  $7 + 2\sqrt{6}$  ؟

**تمرين عدد 3:**

نعتبر العددين :  $a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5} - 1) - 4$  و  $b = \sqrt{245} - \sqrt{45}$

بيّن أن :  $a = 6 - 2\sqrt{5}$  و  $b = 4\sqrt{5}$

**تمرين عدد 4:**

(1) فكك إلى جذاء عوامل العبارات التالية :

$$E = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{21}$$

$$F = \sqrt{45} - \sqrt{54} + 12$$

(2) اختصر العبارات التالية :

$$G = \sqrt{27} \times \frac{\sqrt{72}}{\sqrt{6}}$$

$$H = \sqrt{15} \times \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{21}}$$

**تمرين عدد 5:**

نعتبر العدد الحقيقي  $a = \sqrt{50} - \sqrt{8}(\sqrt{2} + 1)$

(1) بيّن أن  $a = 3\sqrt{2} - 4$  ثم احسب  $2a$

(2) نعتبر العددين الحقيقيين :  $x = \frac{7}{\sqrt{2} + 1}$  و  $y = \frac{1}{\sqrt{2} - 1}$

بيّن أن :  $x - y = 2a$

**تمرين عدد 6:**

نعتبر العددين :  $A = 1 + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})$  و

$$B = 3 + \sqrt{32} - 3\sqrt{8}$$

(1) بيّن أن :  $A = 3 + 2\sqrt{2}$  و  $B = 3 - 2\sqrt{2}$

(2) بيّن أن : العدد  $B$  هو مقلوب  $A$

(3) احسب  $A^2$  و  $B^2$

(4) بيّن أن  $\frac{A}{B} + \frac{B}{A}$  عدد صحيح طبيعي

**تمرين عدد 7:**

نعتبر العددين :  $a = (\sqrt{3} + 2)^2$  و  $b = 3\sqrt{18} - \sqrt{32} + 7$

(1) بيّن أن :  $a = 7 + 4\sqrt{3}$  و  $b = 7 + 5\sqrt{2}$

(2) نعتبر العدد  $c = 7 - 4\sqrt{3}$ . بيّن أن  $a$  و  $c$  مقلوبان

(3) بيّن أن العدد  $\sqrt{\frac{a}{c} + \frac{c}{a}} + 2$  هو عدد صحيح طبيعي

**تمرين عدد 8:**

نعتبر العددين :  $a = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$  و  $b = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

بيّن أن  $a$  و  $b$  عددان مقلوبان

**تمرين عدد 9:**

(1) اكتب الأعداد التالية على شكل  $x\sqrt{3}$  حيث  $x$  عدد صحيح

$$\sqrt{12} ; \sqrt{48} ; \sqrt{75}$$

(2) نعتبر العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث :

$$a = 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) - 2 \text{ و } b = 2\sqrt{75} - \sqrt{48} - 2\sqrt{12}$$

بيّن بعد الاختصار أن  $a = 4 - 2\sqrt{3}$  و  $b = 2\sqrt{3}$

(3) بيّن أن  $a = (\sqrt{3} - 1)^2$

(4) احسب العدد الحقيقي  $b - a$

(5) بيّن أن  $\frac{b - a}{\sqrt{3} - 1}$  عدد صحيح طبيعي



اربط بسهم الكتابات التي تمثل نفس العدد :

$$4\sqrt{3} \quad \odot \quad \sqrt{48}$$

$$3\sqrt{3} \quad \odot \quad \sqrt{32}$$

$$4\sqrt{2} \quad \odot \quad \sqrt{27}$$

$$2\sqrt{3} \quad \odot \quad \sqrt{12}$$



احسب :

$$\frac{-5}{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad (\sqrt{3}+5)(2\sqrt{3}+1), \quad \sqrt{11} \times \sqrt{\frac{45}{44}}, \quad \frac{15\sqrt{12}}{5\sqrt{3}}$$



بين أن العددين  $2\sqrt{3}$  و  $5\sqrt{2}$  و  $10$  متناسبان مع العددين  $\sqrt{6}$  و  $\sqrt{2}$



(1) اختصر الأعداد التالية :

$$C = \frac{3\sqrt{3} \times \sqrt{28}}{\sqrt{27} \times \sqrt{63}} ; \quad B = \frac{5\sqrt{5} - 5}{\sqrt{5}} ; \quad A = \sqrt{\frac{20}{125}} \times \sqrt{50}$$

$$E = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{1}{\sqrt{15}}}{-\frac{1}{\sqrt{3}}} ; \quad D = 3\sqrt{\frac{5}{7}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{20}{63}} + 2\sqrt{\frac{45}{7}}$$

(2) احسب ما يلي :  $F = \sqrt{25} + \sqrt{81} - \sqrt{121}$  و  $G = \sqrt{0,81} + \sqrt{0,36}$

5

احسب ما يلي :

$$Z = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{8}} \times \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{3}{2\sqrt{6}} \quad ; \quad Y = \frac{2}{\sqrt{2}-2} - \frac{1}{\sqrt{2}+2} \quad ; \quad X = \frac{-\sqrt{5}}{\frac{3}{-5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}$$

6

اختصر العبارات التالية :

- $A = \sqrt{45} - \sqrt{20} + 2\sqrt{80}$
- $B = \sqrt{8} + \sqrt{200} - \sqrt{128}$
- $C = \sqrt{45} + \sqrt{5} - 2\sqrt{20}$

7

(1) اختصر العبارتين التاليتين:

$$B = -\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - 2\sqrt{27} \quad \text{و} \quad A = 6\sqrt{2} - 5\sqrt{8} + \sqrt{50}$$

(2) احسب  $|A+B|$ 

8

$$N = \sqrt{2}(7\sqrt{2}+2) - \sqrt{7}(2\sqrt{7}-1) \quad \text{و} \quad M = \sqrt{18} - \sqrt{175} + \sqrt{112} - \sqrt{2}$$

(1) اختصر العبارتين  $M$  و  $N$ (2) بيّن أنّ  $M$  و  $N$  مقلوبان

9

$$b = \sqrt{245} - \sqrt{45} \quad \text{و} \quad a = 2\sqrt{5}(\sqrt{5}-1) - 4$$

(1) بيّن أنّ  $a = 6 - 2\sqrt{5}$  و  $b = 4\sqrt{5}$ (2) استنتج أنّ  $\frac{b-a}{\sqrt{5}-1}$  عدد صحيح طبيعي

10

$$b = (1+\sqrt{2})(2\sqrt{2}-1) - \sqrt{18} \quad \text{و} \quad a = \sqrt{9} - \sqrt{8} + \sqrt{32}$$

(1) بيّن أنّ  $a = 3 + 2\sqrt{2}$  و  $b = 3 - 2\sqrt{2}$ (2) بيّن أنّ  $a$  و  $b$  مقلوبان(3) استنتج أنّ  $\frac{1}{a} - a = -4\sqrt{2}$

11

نعتبر العبارتين التاليتين :  $A = \sqrt{45} + \sqrt{125} - 3\sqrt{20} - \sqrt{19}$  و  $B = 2\sqrt{5} + \sqrt{19}$

(1) بيّن أنّ  $A = 2\sqrt{5} - \sqrt{19}$

(2) بيّن أنّ  $A$  و  $B$  عدنان مقلوبان

(3) استنتج أنّ  $\frac{1}{A} - \frac{1}{B} = 2\sqrt{19}$

12

نعتبر العبارتين التاليتين :  $a = \sqrt{250} - \sqrt{90} - \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} - \frac{10}{\sqrt{10}}$  و  $b = \sqrt{5}(\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) - \sqrt{2}(\sqrt{2} - 3\sqrt{5})$

(1) بيّن أنّ  $a = \sqrt{10} - 3$  و  $b = \sqrt{10} + 3$

(2) احسب  $ab$  ، ماذا تستنتج ؟

(3)

أ- احسب  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

ب- احسب  $\sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}}$

13

نعتبر العبارتين التاليتين :  $a = \sqrt{81} - \sqrt{20} + 2\sqrt{45}$  و  $b = \sqrt{5}(4\sqrt{5} - 4) - (2\sqrt{5} - 3)(2\sqrt{5} + 3)$

(1) بيّن أنّ  $a = 9 + 4\sqrt{5}$  و  $b = 9 - 4\sqrt{5}$

(2) بيّن أنّ  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  هو عدد صحيح طبيعي

14

نعتبر العبارة التالية :  $A = \sqrt{32} - \sqrt{8} + \frac{1}{3}\sqrt{81}$

(1) بيّن أنّ  $A = 3 + 2\sqrt{2}$

(2) نعتبر العدد الحقيقي  $B$  حيث  $B = 3 - 2\sqrt{2}$

أ- بيّن أنّ  $a$  هو مقلوب  $b$

ب- استنتج علامة  $B$

(3) احسب العبارتين التاليتين :  $E = A\sqrt{2} - AB - 3$  و  $F = |A| - |B|$



15  
15  
6-8  
1) اكتب على صيغة  $a\sqrt{b}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان صحيحان طبيعيان :

$$\sqrt{32} \text{ و } \sqrt{18}$$

2) نعتبر العبارات التالية :

$$C = \sqrt{2}(1 + \sqrt{3}) - \sqrt{3}(\sqrt{2} - 1) \quad ; \quad b = \sqrt{3} - \sqrt{32} + \sqrt{18} \quad ; \quad A = 2\sqrt{2} - [1 + \sqrt{2} + (\sqrt{3} - 1)]$$

أ- بيّن أن  $A = \sqrt{2} - \sqrt{3}$  و  $B = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

ب- استنتج أن  $A$  و  $B$  متقابلان

3

أ- بيّن أن  $C = \sqrt{2} + \sqrt{3}$

ب- احسب  $B \times C$  ، ماذا تستنتج ؟

ج- احسب إذن :  $B \times C - \frac{1}{B} + \frac{1}{C}$



16  
12  
4-5  
نعتبر العبارة  $a = \sqrt{125} - \sqrt{20} - 1$

1) بيّن أن  $a = 3\sqrt{5} - 1$

2) ليكن العدد الحقيقي  $b = 6 + 4\sqrt{5}$

أ- احسب  $a.b$

ب- بيّن أن  $(b - a)^2 = a.b$

ج- استنتج كتابة مختصرة للعدد  $c$  حيث  $c = \sqrt{3\sqrt{5} - 1} \times \sqrt{6 + 4\sqrt{5}}$

د- بيّن أن  $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{b - a}$



17  
12  
4  
نعتبر العبارتين التاليتين :  $M = (a - \sqrt{3})(a + \sqrt{75})$  و  $N = -a(a + 4\sqrt{3})$  حيث  $a$  عدد حقيقي

1) بيّن أن  $M = a^2 + 4\sqrt{3}a - 15$

2) انشر و اختصر العبارة  $N$

3) أثبت أن  $M + N = -15$

4) استنتج مقابل العدد  $M$



بيّن أن :	بيّن أن :	بيّن أن :	نعتبر العبارات التالية :
$a(b-1)+\frac{1}{b}=1$	$a$ و $b$ مقلوبان	$a=8-3\sqrt{7}$	$a=-2\sqrt{63}+\sqrt{28}+\sqrt{7}+8$
		$b=8-3\sqrt{7}$	$b=(4-\sqrt{7})(1+\sqrt{7})+11$
$\frac{1}{c}+\frac{1}{d}=\sqrt{32}$	$c$ و $d$ مقلوبان	$c=3-2\sqrt{2}$	$c=\sqrt{98}-\sqrt{50}+\sqrt{9}-\sqrt{32}$
		$d=3+2\sqrt{2}$	$d=\sqrt{32}-\sqrt{98}+\sqrt{50}+\sqrt{9}$
$\frac{1}{e}+\frac{1}{f}\in\mathbb{N}$	$e$ و $f$ مقلوبان	$e=\sqrt{3}+2$	$e=\sqrt{75}-\sqrt{48}+2$
		$f=2-\sqrt{3}$	$f=\sqrt{4}+\sqrt{12}-\sqrt{27}$
$\frac{\sqrt{3}}{g}+\frac{\sqrt{3}}{h}\in\mathbb{N}$	$g$ و $h$ مقلوبان	$g=\sqrt{3}-\sqrt{2}$	$g=\frac{\sqrt{6}-2}{\sqrt{2}}$
		$h=\sqrt{3}+\sqrt{2}$	$h=\sqrt{2}+\sqrt{75}-\sqrt{48}$
احسب $\sqrt{\frac{-i}{e}}$	$f$ و $i$ متقابلان	$i=\sqrt{3}-2$	$i=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$

$ABCD$  مستطيل بحيث :  $AB=\sqrt{2000}$  و  $BC=\sqrt{1000}$

(1) هل أن طول المستطيل يساوي ضعف عرضه ؟ علل جوابك

(2) اكتب  $\sqrt{2000}$  على صيغة  $a\sqrt{5}$  و  $\sqrt{1000}$  على صيغة  $b\sqrt{10}$  حيث  $a$  و  $b$  عدنان صحيحان طبيعيين

(3) اكتب مساحة المستطيل على صيغة  $c\sqrt{2}$  حيث  $c$  عدد صحيح طبيعي

(4) بيّن أنّ محيط المستطيل يساوي :  $20\sqrt{5}(2+\sqrt{2})$