الحصر و المجالات

1

1) بيّن أنّ $\sqrt{10^5}=100\sqrt{10}$

2) إذا علمت أنّ $\sqrt{10}\in[3,16\,;3,17]$ أوجد حصرا لـ $100\sqrt{10}$

3) استنتج أنّ $316^2<10^5<317^2$

4) كم عددا صحيحا مربّعه أصغر من 10^5 ؟

2

نعتبر العددين الحقيقيّين x و y حيث $-\frac{3}{5}\leq x\leq\frac{1}{2}$ و $\frac{2}{3}\leq y\leq\frac{4}{5}$

أوجد حصرا لكل من : $x+y$ ؛ $x-y$ ؛ $2x+3y$ و xy

3

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

- $x-1=-\frac{1}{10}$
- $-3x=\frac{-2}{21}$
- $\frac{1}{2}x+3=-x+\frac{1}{3}$

2) ليكن x عددا حقيقيّا حيث $-4\leq x\leq -1$

أ- أوجد حصرا لـ $2x+5$

ب- أوجد حصرا لـ $-4x-3$

4

1) حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية :

- $3x-1=2x+9$
- $\frac{x+3}{2}+\frac{1-2x}{3}=\frac{5x+1}{6}$

2) نعتبر المجالين التاليين : $I=[-2;2[$ و $J=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

أ- مثّل المجالين التاليين I و J على نفس المستقيم العددي (استعمال الألوان)

ب- حدّد المجموعات التالية : $I\cap J$ و $I\cup J$

5

1) أكتب في صيغة مجال كل من المجموعات التالية :

أ- $A=\{x\in\mathbb{R}/-3\le x\le 2\}$

ب- $A=\{x\in\mathbb{R}/x\le 1\}$

ج- $A=\{x\in\mathbb{R}/x>2\}$

2) حدّد عناصر المجموعات التالية $A\cap B$ و $B\cup C$

6

اربط بسهم كل مجموعة بالمجال الموافق لها :

$A=\{x\in\mathbb{R}/0<x<2\}$ ⊙	⊙ $I=[0;2]$
$A=\{x\in\mathbb{R}/0\le x<2\}$ ⊙	⊙ $J=]0;2]$
$A=\{x\in\mathbb{R}/0<x\le 2\}$ ⊙	⊙ $K=]0;2[$
$A=\{x\in\mathbb{R}/0\le x\le 2\}$ ⊙	⊙ $L=[0;2[$

7

أكمل الجدول التالي بكتابة في صيغة مجالات :

$J=\{x\in IR/-3<x\le\sqrt{5}\}$	
مجال نصف مفتوح على اليمين طرفاه -2 و $-\frac{3}{7}$	
مجال مفتوح غير محدود على اليسار طرفه $3\sqrt{5}$	
$]-6;10[\cap[2;14]$	
مجال يحوي $\frac{3}{5}$ مداه 10^{-1}	

8

نعتبر المجالين التاليين : $I=[-3;0[$ و $K=[-1;+\infty[$

1) أكتب كلاّ من I و J في صيغة مجموعات

2) مثّل كلاّ من I و J على نفس المستقيم العددي (استعمال ألوان مختلفة)

3) أوجد المجموعات التالية : $I\cup J$ ؛ $I\cap J$

4) أكتب المجموعات التالية في صيغة مجال أو اتحاد مجالين :

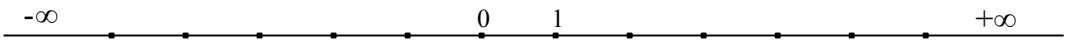
- $A=\{x\in\mathbb{R}/|x|\leq 2\}$
- $B=\left\{x\in\mathbb{R}/|x|+\frac{1}{3}>2\right\}$

9

نعتبر المجموعات التالية :

$$A=\{x\in\mathbb{R}/-2\leq x<5\}\ ;\ B=\{x\in\mathbb{R}/|x|<3\}\ ;\ C=\left\{x\in\mathbb{R}/|x|>\frac{5}{2}\right\}\ ;\ D=\{x\in\mathbb{R}/x<2\}$$

1) مثّل المجموعات السابقة على المستقيم العددي التالي :



2) أكتب المجموعات السابقة في صيغة مجال أو تقاطع مجالات

$A=$ ..... $B=$ .....

$C=$ ..... $D=$ .....

3) حدد المجموعات التالية :

$A\cup B=$ ..... $B\cup C=$ .....

$A\cap C=$ ..... $B\cap C=$ .....

10

نعتبر المجموعتين التاليتين : $A=\{x\in\mathbb{R}/-6\leq -x+2\leq -1\}$ و $B=\left\{x\in\mathbb{R}/-x-\frac{1}{2}>5\right\}$

1) أكتب في صيغة مجال المجموعتين A و B

2) مثّل على مستقيم عددي المجالين A و B

3) حدّد المجموعات التالية : $A\cap B$ و $A\cup B$

11

نعتبر المجالات التالية : $I=\left]-\sqrt{2};4\right]$ ؛ $J=\left]-3;2\right]$ و $K=\left]-\infty;1\right[$

1) أكتب كلا من المجالات السابقة في صيغة مجموعة

2) مثّل هذه المجالات على مستقيم عددي وحدة تدريجه $1,5\ cm$ (استعمال ألوان مختلفة)

3) أوجد المجموعات التالية : $I\cup J$ ؛ $J\cap K$ ؛ $K\cap\mathbb{R}_+^*$ و $I\cap\mathbb{R}_-$

4) أكمل بأحد الرموز التالية : $\in$ ؛ $\notin$ ؛ $\subset$ أو $\not\subset$

$1 \ldots\ldots K$; $-1,4 \ldots\ldots I$; $J \ldots\ldots I$

$[-1;4[\ldots\ldots I$; $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right] \ldots\ldots K$; $\{-3;2\} \ldots\ldots J$

5) أكتب المجموعات التالية على شكل مجال أو اتحاد مجالين :

- $A=\{x\in\mathbb{R}/\,|x+2|\leq 1\}$
- $B=\{x\in\mathbb{R}/\,|x|\leq 1\}$

12

نعتبر المجموعتين التاليتين : $I=\{x\in\mathbb{R}/\,x>2\}$ و $J=\{x\in\mathbb{R}/\,|x|\leq 4\}$

1) أكتب I و J في صيغة مجال

2) حدّد المجموعات التالية : $I\cap J$ و $I\cup J$

3) إذا علمت أنّ $-2\leq x\leq 1$

أ- أوجد حصرا للعبارة $2x+5$

ب- أوجد حصرا للعبارة $2-x$

ج- أوجد حصرا للعبارة $\frac{2x+5}{2-x}$

13

1) ليكن y عددا حقيقيّا حيث $y\in\left]-2;3\right[$

أ- أوجد حصرا لكل من : $5-y$ و $y-4$

ب- اختصر العبارة التالية : $A=3|y-4|-|5-y|$

ج- استنتج حصرا لـ A

2) نعتبر العبارة M حيث $M=\frac{-3y+2}{y-4}$

أ- بيّن أنّ $M=-3-\frac{10}{y-4}$

ب- استنتج أنّ $M\in\left]\frac{-4}{3};7\right[$

14

ليكن x عددا حقيقيّا حيث $x \in [-3;-1]$

1) أوجد حصرا لـ $x+4$ و استنتج أنّ $x+4 \neq 0$

2) نعتبر العبارة $A = \dfrac{x+5}{x+4}$

أ- بيّن أنّ $A = 1 + \dfrac{1}{x+4}$

ب- أوجد حصرا للعبارة A ثم احسب مدى الحصر

15

1) نعتبر العددين x و y حيث : $x \in]3;4[$ و $-7 \leq y \leq -5$

أ- حدّد حصرا لـ $x+y$ .....

ب- حدّد حصرا لـ $x(-y)$ .....

2) نعتبر المجالين : $I = [-1;+\infty[$ و $J =]-3;2]$

أ- مثّل بلونين مختلفين ، المجالين I و J على المستقيم العدديّ التّالي :

ب- حدّد المجموعات التالية : $I \cap J =$ ..... ؛ $I \cup J =$ .....

حدّد حصرا لـ $-3x+1$ ؛ إذا علمت أنّ : $x \in I \cap J$: ..... $-3x+1$ .....

16

نعتبر العدد الحقيقي المخالف للصفر a

حدد المجموعة التي ينتمي إليه العدد $\dfrac{1}{a}$ في كل حالة :

1) $4 \leq a \leq 9$

2) $-6 \leq a \leq -2$

3) $-5 \leq a \leq 3$

17

نعتبر العددين الحقيقيين a و b

حدد المجالات التي تنتمي إليها الأعداد التالية في كل حالة : $a+b$ ؛ $a\times b$ ؛ $a-b$ ؛ $\frac{a}{b}$:

1) $3\leq a\leq 7$ و $5\leq b\leq 8$

2) $-7\leq a\leq -3$ و $5\leq b\leq 8$

3) $-7\leq a\leq -3$ و $-8\leq b\leq -5$

18

1) حدد المجال I علمًا أنّ :

- $I\cap]-\infty;0]=]-5;0]$
- $I\cap]0;+\infty[=]0;\sqrt{2}[$

2) حدد المجال J علماً أنّ :

- $J\cap]0;+\infty[=]0;3]$
- $J\cup]0;+\infty[=]-\frac{5}{3};+\infty[$

3) حدد المجال K علمًا أنّ :

- $K\cap]-\infty;7]=[3;7]$
- $K\cap [5;+\infty[=[5;9]$

19

ليكن x عددا حقيقيّا حيث $x\in[-2;-1]$

1) تحقق أنّ $x+3\neq 0$

2) نعتبر العبارة $A=\frac{5x+7}{4x+12}$

أ- بيّن أنّ $A=\frac{5}{4}-\frac{2}{x+3}$

ب- بيّن أنّ $|A|\leq\frac{3}{4}$

20

لتكن العبارة $E=\dfrac{2x-3}{x+2}$ حيث x عدد حقيقي و $3\le x\le 5$

1)

أ- أوجد حصرا لـ $2x-3$ ثم لـ $\dfrac{1}{x+2}$

ب- بيّن أنّ $\dfrac{3}{7}\le E\le \dfrac{7}{5}$

ج- ما هو مدى حصر E ؟

2)

أ- بيّن أنّ $E=2-\dfrac{7}{x+2}$

ب- بيّن أنّ $\dfrac{3}{5}\le E\le 1$

3) أي الحصرين أدق ؟ علل جوابك

21

1) ليكن x و y عددين حقيقيّين حيث $x\in[-3;-1]$ و $2\le y\le 5$

أ- أوجد حصرا لكل من : $x+y$ ؛ $-x$ و $x-y$

ب- بيّن أنّ $xy\in[-15;-2]$

2)

أ- تحقق أنّ $x-1\neq 0$

ب- نعتبر العبارة $C=\dfrac{3x+4}{x-1}$ ، بيّن أنّ $C=3+\dfrac{7}{x-1}$

ج- استنتج أنّ $-\dfrac{1}{2}\le C\le \dfrac{5}{4}$

3) اختصر العبارة التالية : $E=|-y+5|-|2y-10|$ حيث $2\le y\le 5$

22

ليكن a عددا حقيقيّا حيث $a\in[-1;3]$ و العبارة : $E=3a^2-6a-9$

1) أوجد حصرا لـ $a-1$

2) استنتج أنّ $0\leq(a-1)^2\leq 4$

3)

أ- بيّن أنّ $E=3(a-1)^2-12$

ب- استنتج حصرا لـ E

ج- احسب إذن : $|E|+3a(a-2)$

23

ليكن x و y عددين حقيقيّين حيث $-2\leq x\leq -1$ و $3\leq y\leq 4$

1) أوجد حصرا لكل من : $2x$ ؛ $-5y$ ؛ $2x-5y$ و xy

2) إلى أي مجال ينتمي كل من $2y-9$ و $3x+6$ ثم $\dfrac{3x+6}{2y-9}$

3) استنتج اختصارا للعبارة $A=|3x+6|+3|x|+|2y-9|+2y$

24

ليكن x عددا حقيقيّا حيث $-2<2x+8<0$

1) أوجد حصرا للعدد x

2) أوجد حصرا للعدد x^2

3) بيّن أنّ $-125<x^3<-64$

25

ليكن Δ مستقيما مدرجا بمعيّن $(O;I)$

1) عيّن النقاط A و B و J بحيث $x_A=-1$ ؛ $x_B=5$ و $x_J=2$

2) لتكن K نقطة من Δ بحيث $JK\leq 3$

بيّن أنّ $K\in[AB]$