

تمارين شاملة

1

ليكن العددين  $a = \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^5$  و  $b = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)^{-3}$

أ- بيّن أنّ  $a = \frac{9\sqrt{3}}{32}$  و  $b = \frac{3\sqrt{3}}{8}$

ب- قارن العددين  $a$  و  $b$

(1) نعتبر الأعداد التالية:  $x = (\sqrt{5}-2)^{18} \times (\sqrt{5}+2)^{19}$ ؛  $y = \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^{-6} \times \left(\frac{2}{9}\right)^{-4}$  و  $z = \frac{2\sqrt{6} \times (0,01)^{-4}}{\sqrt{8} \times 100^3}$

أ- بيّن أنّ  $x = \sqrt{5} + 2$ ؛  $y = \frac{9}{2}$  و  $z = 100\sqrt{3}$

ب- احسب العدد  $\frac{xyz}{50^{-1}}$

2

(1) ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث  $a \leq b$

أ- قارن  $7a-3b$  و  $9a-5b$

ب- بيّن أنّ  $a \leq \frac{a+b}{2}$

(2)

أ- قارن  $2\sqrt{3}$  و  $3\sqrt{2}$

ب- استنتج حساب العبارة  $A = \sqrt{(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})^2} - |3-2\sqrt{3}|$

(3) نعتبر العبارة  $E = \frac{2x-9}{2-x}$  حيث  $x \in \mathbb{R}$  و  $x \leq -3$

أ- بيّن أنّ  $E = -2 - \frac{5}{2-x}$

ب- بيّن أنّ  $E \geq -3$

3

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين بحيث  $a \geq 3$  و  $b \geq 2$

(1) قارن  $a-2$  و  $3-b$

(2) بيّن أنّ  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{5}{6}$

(3) لنكن العبارة التالية  $E = \frac{2a+1}{a+2}$

أ- بيّن أنّ  $E = 2 - \frac{3}{a+2}$

ب- استنتج أنّ  $E \geq \frac{7}{5}$

4

نعتبر العددين الحقيقيين :  $a = \frac{7-4\sqrt{3}}{5\sqrt{2}+7}$  و  $b = \frac{7-5\sqrt{2}}{7+4\sqrt{3}}$

(1) بيّن أنّ  $a$  و  $b$  متقابلان

(2) قارن العددين 7 و  $4\sqrt{3}$

(3) استنتج مقارنة للعددين 7 و  $5\sqrt{2}$

5

(1)

أ- احسب العبارة  $A = |5\sqrt{2} - 8| + |3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}|$

ب- قارن  $\frac{-3}{3\sqrt{2}+4}$  و  $\frac{-3}{2\sqrt{3}+4}$

(2) نعتبر العبارة  $E = \frac{3x-2}{x+2}$  حيث  $x \in \mathbb{R}$  و  $x \geq -1$

أ- بيّن أنّ  $E = 3 - \frac{8}{x+2}$

ب- بيّن أنّ  $E \geq -5$

6

(1)

أ- احسب العبارتين  $X = (4+2\sqrt{3})^2$  و  $Y = (5-3\sqrt{3})^2$

ب- قارن العددين  $5$  و  $3\sqrt{3}$

ج- استنتج  $\sqrt{Y}$

(2) نعتبر العددين  $a = 8 - 3\sqrt{7}$  و  $b = 8 + 3\sqrt{7}$

أ- بيّن أنّ  $a$  مقلوب  $b$

ب- حدّد ، معللا جوابك ، علامة العدد  $a$

ج- قارن العددين  $a$  و  $b$

د- استنتج مقارنة لـ  $-3b+4$  و  $-3a+4$  ثم لـ  $3a^2+2$  و  $3b^2+4$

7

ليكن  $a$  و  $b$  عدداً حقيقيين موجبان قطعاً حيث:  $a \leq b$

(1)

أ- قارن  $2a-1$  و  $2b-1$

ب- قارن  $2\sqrt{5}$  و  $3\sqrt{2}$

ج- استنتج مقارنة لـ  $\frac{1}{a^2+3\sqrt{2}}$  و  $\frac{1}{b^2+2\sqrt{5}}$

(2)

أ- أكتب دون علامة القيمة المطلقة:  $E = |a-b-\sqrt{2}| - |2b-2a+\sqrt{2}|$

ب- استنتج مقارنة لـ  $|a-b-\sqrt{2}|$  و  $|2b-2a+\sqrt{2}|$

8

(1) ليكن  $x$  عدداً حقيقياً أكبر قطعاً من  $-1$

أثبت أن  $\frac{x+2}{x} < 3$

(2) ليكن  $a$  عدداً حقيقياً أكبر قطعاً من  $0$

أثبت أن  $a + \frac{1}{a} \geq 2$

(3) أكتب بدون رمز الجذر التربيعي :

$$\sqrt{(3\sqrt{7}-8)^2} ; \sqrt{(5\sqrt{5}-4\sqrt{7})^2} ; \sqrt{(-3\sqrt{5}+4\sqrt{3})^2}$$

9

نعتبر العبارتين التاليتين:  $A = x^2 + 3x - 10$  و  $B = x^2 - 4$  حيث  $x$  عدد حقيقي

(1)

أ- احسب  $A$  في حالة  $x=2$

ب- احسب  $B$  في حالة  $x = \sqrt{3} + 1$

(2) فكك العبارة  $B$  إلى جذاء عاملين

(3) بيّن أنّ  $A - B = 3(x - 2)$

(4) استنتج أنّ  $A = (x - 2)(x + 5)$

(5) أوجد  $x$  بحيث  $B + 3(x - 2) = 0$

(6) احسب  $|A|$  إذا كان  $x \leq -5$

10

(1)

أ- قارن  $2\sqrt{5}$  و  $10$  ثم  $-7$  و  $-3\sqrt{5}$ ب- احسب :  $E = |2\sqrt{5} - 10| + |7 - 3\sqrt{5}|$ (2) نعتبر العددين :  $a = 2(5 - \sqrt{5})$  و  $b = 7 - \sqrt{5}$ أ- بيّن أنّ العدد  $b$  موجبب- بيّن أنّ  $a > b$ ج- بيّن أنّ :  $a^2 > b^2$ (3) أثبت أنّ  $-3a^2 + 2\sqrt{5} < -3b^2 + 10$ (4) قارن  $\frac{-3}{b\sqrt{2}+1}$  و  $\frac{-3}{a\sqrt{2}+1}$ 

11

(1) قارن العددين  $2\sqrt{2}$  و  $\frac{1}{3}$ (2) قارن العددين  $-2\sqrt{2}$  و  $-3\sqrt{3}$ (3) نعتبر العددين :  $a = \frac{1}{3} - 2\sqrt{2}$  و  $b = -5 - 3\sqrt{3}$ أ- بيّن أنّ  $a > b$ ب- بيّن أنّ  $a$  سالب قطعاًج- قارن  $a^2$  و  $b^2$ د- بيّن أنّ  $a^3 > b^3$ (4) بيّن أنّ  $\frac{\sqrt{3}}{b^2+5} < \frac{5}{a^2+\sqrt{3}}$ 

12

(1)

أ- احسب :  $(\sqrt{3}-1)^2$  ؛  $(2\sqrt{2}+3)^2$  ؛  $(3\sqrt{5}-4\sqrt{3})(3\sqrt{5}+4\sqrt{3})$ ب- استنتج أنّ  $3\sqrt{5} < 4\sqrt{3}$ 

(2)

أ- أكتب كلا من العددين التاليين في صيغة مربع عدد حقيقي :  $7 - 4\sqrt{3}$  ؛  $4 + 2\sqrt{3}$ ب- أثبت أنّ  $\sqrt{4\sqrt{3}-7} + \sqrt{2\sqrt{3}+4} = 3$

(3) نعتبر العددين  $a = 7 - 4\sqrt{3}$  و  $b = 7 + 4\sqrt{3}$

أ- أثبت أن  $a$  مقلوب  $b$

ب- احسب  $a^2$  ثم  $b^2$

ج- بين أن  $\frac{a}{b} = 97 - 56\sqrt{3}$

د- استنتج مقارنة لـ  $97$  و  $56\sqrt{3}$

13

نعتبر العددين الحقيقيين  $a = 2 + \sqrt{3}$  و  $b = 1 + \sqrt{6}$

(1) بين أن  $a^2 = 7 + 4\sqrt{3}$  و  $b^2 = 7 + 2\sqrt{6}$

(2)

أ- قارن  $4\sqrt{3}$  و  $2\sqrt{6}$

ب- استنتج مقارنة لـ  $a^2$  و  $b^2$

ج- بين أن  $a > b$

(3) نعتبر  $(C_1)$  مربعا قيس ضلعه  $2 + \sqrt{3}$  و  $(C_2)$  مربع قيس قطره  $\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$

قارن مساحتي المربعين  $(C_1)$  و  $(C_2)$

(4) نعتبر العدد  $c = 2 - \sqrt{3}$

أ- بين أن  $a$  مقلوب  $c$

ب- استنتج مقارنة لـ  $\frac{\sqrt{6}-1}{5}$  و  $c$

14

نعتبر العدد  $a = (\sqrt{5} + 3)^2$

(1)

أ- بين أن  $a = 14 + 6\sqrt{5}$

ب- بين أن  $a - 20 = 6(\sqrt{5} - 1)$

ج- قارن العددين  $a$  و  $20$  ثم استنتج مقارنة لـ  $\sqrt{5} + 3$  و  $2\sqrt{5}$

(2) نعتبر العدد  $b = 6 + 2\sqrt{5}$

أ- بين أن  $(a - b)^2 = ab$

ب- بين أن  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = 3$

15

(1) نعتبر العبارتين التاليتين :  $a = 2\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)+1$  و  $b = 3a^2 - 4$

أ- بيّن أنّ  $a = 7 + 4\sqrt{3}$

ب- أكتب  $a$  في صيغة جذاء معتبر

ج- فكك  $b$  إلى جذاء عوامل

د- قارن  $a$  و  $b$  ثم استنتج مقارنة للعددين  $\sqrt{3}a+b$  و  $\sqrt{3}b+a$

هـ- قارن  $\left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3b+a}}\right)^2$  و  $\left(\frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3a+b}}\right)^2$

(2) ليكن العدد الحقيقي  $c = 7 + \sqrt{108} - \sqrt{300}$

بيّن أنّ  $c = 7 - 4\sqrt{3}$

(3) حدّد، معطلا جوابك، علامة العدد  $c$

(4) بيّن أنّ  $a$  هو مقلوب العدد  $c$

(5) نعتبر العدد الحقيقي  $d = a^2 + c^2$

أ- بيّن أنّ  $d = (a+c)^2 - 2$  ثم احسب  $d$

ب- ليكن العدد  $e = \sqrt{\frac{a}{c}} + \sqrt{\frac{c}{a}}$ ؛ احسب  $e^2$  ثم استنتج  $e$

(امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام - دورة 2014)

16

نعتبر العددين الحقيقيين :  $a = 4 - 3\sqrt{12} + \sqrt{48}$  و  $b = (1 + \sqrt{3})^2$

(1) بيّن أنّ  $a = 4 - 2\sqrt{3}$  و  $b = 4 + 2\sqrt{3}$

(2) قارن بين  $2\sqrt{3}$  و 4 ثم استنتج علامة العدد  $a$

(3)

أ- بيّن أنّ  $a \times b = 4$

ب- استنتج أنّ  $\sqrt{\frac{a}{b}} = 2 - \sqrt{3}$

(4) ليكن العدد الحقيقي  $c = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

أ- بيّن أنّ العدد  $c$  سالب

ب- احسب  $c^2$  ثم استنتج  $c$

17

نعتبر الأعداد التالية :  $a = \sqrt{2} - 1$  ؛  $b = 2 - \sqrt{3}$  و  $c = 1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}$

(1) بيّن أنّ  $a$  و  $b$  عددان موجبان قطعاً

(2)

أ- بيّن أنّ  $a > b$

ب- استنتج أنّ  $c > a > b$

(3) ليكن  $ABC$  مثلثاً حيث  $AB = \sqrt{c}$  ؛  $AC = \sqrt{b}$  و  $BC = \sqrt{a}$

بيّن أنّ  $ABC$  مثلث قائم